

FDTD 法における流れ抵抗を持つ材料の
吸音特性に関する研究

関西大学 環境都市工学部 建築学科
建築環境工学第 I 研究室
建 22-72 野村 彩菜
指導教員 豊田 政弘

目次

1. はじめに	
1.1. 研究背景	2
1.2. 既往研究	3
1.3. 研究目的	5
2. 研究条件	
2.1. 有限要素法 (COMSOL)	6
2.2. FDTD 法	7
3. 研究方法	
3.1. 音響管実験	9
3.2. 有限要素法による吸音率予測	10
3.3. FDTD 法による吸音率予測	11
3.4. 流れ抵抗の測定	12
3.5. 測定した流れ抵抗率を用いた数値解析	13
4. 結果	
4.1. 音響管実験結果	15
4.2. 有限要素法による吸音率予測結果	16
4.3. FDTD 法による吸音率予測結果	17
4.4. 流れ抵抗の測定結果	18
4.5. 測定した流れ抵抗率を用いた数値解析結果	20
5. 考察とまとめ	21
6. 参考文献	

1. はじめに

1.1. 研究背景

近年、建築物や各種機械設備における騒音低減の重要性が高まっており、室内音環境を適切に設計・評価することが強く求められている。その中で、多孔質吸音材は広い周波数帯域において高い吸音性能を有することから、壁材や天井材などとして広く利用されている。これらの多孔質吸音材の性能を正確に把握し、適切に設計へ反映させるためには、吸音率を高精度に評価できる解析手法が不可欠である。

音場解析手法の一つである FDTD (Finite-Difference Time-Domain) 法は、時間領域において音波の伝搬を直接計算できるため、複雑な境界形状や過渡現象を扱うことが可能であり、建築音響分野においても有力な解析手法として注目されている。しかしながら、FDTD 法を用いて吸音材を扱うことは容易ではない。その主な理由は、吸音材の音響特性が周波数依存性を持つにもかかわらず、FDTD 法が時間領域の解析手法であるため、吸音材の周波数特性を境界条件として直接導入できない点にある。このため、従来の FDTD 解析では、吸音材のモデル化のために複雑な畳み込み演算や近似的なモデルが必要となり、実装の煩雑化や計算負荷の増大といった課題が生じている。

一方で、吸音材を等価流体として扱い、密度、音速および流れ抵抗率といった物性値によって音響特性を表現するレイリーモデルなどの手法が提案されている。このような物性値に基づくモデルを FDTD 法に組み込むことができれば、周波数特性を直接扱うことなく、吸音材の減衰特性を時間領域で自然に再現できる可能性がある。しかし、流れ抵抗率を直接的に利用する多孔質材料モデルを FDTD 法に適用し、その吸音特性を定量的に検証した研究は未だ十分とは言えない。

1.2. 既往研究

Suzuki ら [1] は、多孔質吸音材を多数の細い管の集合体として近似する「レイリーモデル」を用い、吸音材内部で生じる摩擦による音エネルギーの損失を数値的に表現している。図1はレイリーモデルの模式図である。

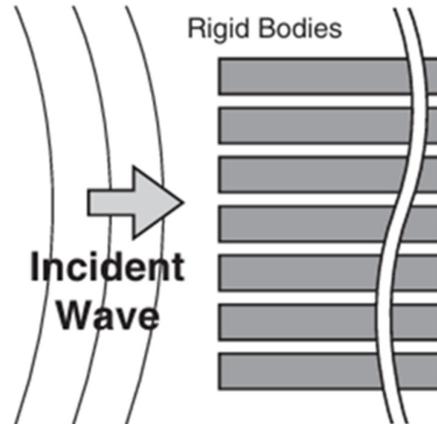


図1 レイリーモデルの模式図

レイリーモデルでは、吸音材内部の空隙を剛体壁で囲まれた細管と仮定し、その中を音波が伝搬すると考える。このとき、管壁と空気の粘性摩擦によって粒子速度が減衰し、音のエネルギーが熱として散逸する。この損失効果は、材料の物性値である流れ抵抗率 σ によって表される。これにより、吸音材を周波数領域のインピーダンスモデルではなく、時間領域の運動方程式として扱うことが可能となる。

材料内部の音場は、空気中と同様の連続の式

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \kappa \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 0$$

に従うが、運動方程式には流れ抵抗による減衰項が加えられる。ここで、 p は音圧、 t は時間、 κ は体積弾性率、 $u_{x,y,z}$ は x, y, z 方向の粒子速度である。例えば x 方向の運動方程式については

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \frac{\partial u_x}{\partial t} + \sigma u_x = 0$$

と表される。ここで ρ は空気密度である。FDTD 法では、この方程式を時間・空間方向に離散化することで、材料内部の音圧および粒子速度を数値的に求めることができる。

Suzuki らは、このモデルの精度を検証するため、一次元 FDTD 法による解析を行っている。レイリーモデルに基づく無限厚の多孔質材料に対しては、材料の特

性インピーダンス Z_m が

$$Z_m = \rho c \left(1 - \frac{i\sigma}{\rho\omega}\right)^{\frac{1}{2}}$$

で与えられ、これを用いて垂直入射吸音率 α は

$$\alpha = 1 - \left|\frac{Z_m - Z_a}{Z_m + Z_a}\right|^2$$

として求められる。ここで、 c は空気中の音速、 i は虚数単位、 ω は角周波数、 Z_a は空気の特徴インピーダンスである。FDTD 計算によって得られた吸音率は、この理論式による結果とよく一致しており、流れ抵抗を考慮したモデルに対する FDTD 計算の妥当性が確認されている。

さらに、背後壁を有する有限厚材料や、背後空気層を有する構造についても同様の比較が行われ、FDTD 法による数値解が解析解と良い一致を示すことが報告されている。これらの結果から、レイリーモデルに基づいて流れ抵抗を導入した FDTD 法では、多孔質吸音材の厚さや背後空間の影響を含めた吸音特性を適切に再現できる手法であることが示されている。しかしながら、この検証はあくまでレイリーモデルを想定した数値解がレイリーモデルを想定した解析解と良く一致することを示したものであり、多孔質吸音材がレイリーモデルで十分に模擬できるかどうかという点の検証は行っていないことに注意が必要である。

1.3. 研究目的

本研究の目的は、流れ抵抗を考慮した多孔質吸音材モデルを FDTD 法に導入し、吸音率を簡便かつ高精度に算出できる解析手法を構築することである。具体的には、音響管を用いた吸音率測定を基準データとし、市販のソフトウェアである COMSOL Multiphysics（以下、COMSOL）を用いた有限要素法による周波数領域解析および FDTD 法による時間領域解析を行い、それぞれの吸音率を比較・検証する。さらに、試料の流れ抵抗率を実測し、得られた物性値を数値モデルに反映させることで、流れ抵抗が吸音特性の予測精度に与える影響を明らかにすることを目的とする。これにより、FDTD 法を用いた吸音材の音響解析において、物性値に基づくモデル化の有効性を検証し、建築音響分野における吸音材設計および数値解析への応用可能性を示す。

2. 研究条件

2.1. 有限要素法 (COMSOL)

有限要素法の最も特徴的な点は汎用性の広さである。流体でも固体でも、時間領域でも周波数領域でも定式化が可能であり、また、空間全体を離散化するため、非均質や時変な媒質にも対応可能である。離散化も自由度が高く、例えば、四面体要素などを用いれば、曲面や微細形状も最小限のコストで表現が可能である [2]。

2.2. FDTD 法

FDTD 法とは、Yee によって提案された、数値解析手法の一つである[3]。これは、音場を空間的、時間的に離散化し、支配式となる微分方程式の微分係数を差分商で近似し、得た更新式から空間すべての位置の物理量を逐次的に算出する手法である。図 2 の左図に示すように、空間的に離散化された一つの格子には音圧と粒子速度を互い違いに配置している。この格子のことを Yee セルと呼ぶ。また図 2 の右図は、スタガードグリッドと呼ばれ、Yee セルをいくつも並べた格子状の層を、互い違いに配置しており、更新式を用いて、グリッド上に離散的に定義された物理量を時間が発展するように交互に計算する。これをリーブブロックアルゴリズムと呼び、これにより空間全体の物理量を逐次的に求めることができる。

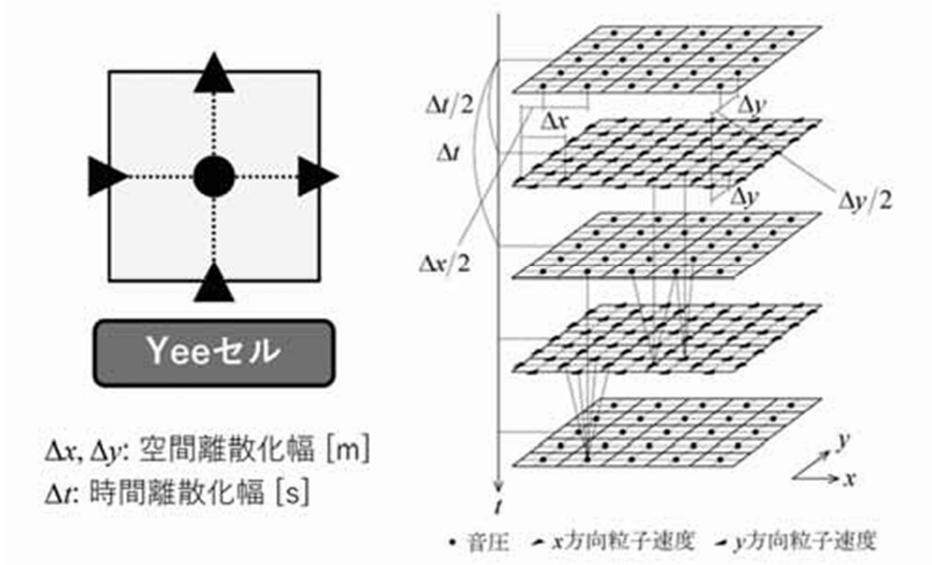


図2 Yee セルとスタガードグリッド

3. 研究方法

本研究では、多孔質吸音材の吸音特性を明らかにするため、音響管を用いた吸音率の測定、COMSOLを用いた吸音率予測、および FDTD 法による数値解析、流れ抵抗率測定を行った。対象とする吸音材には、グラスウール（嵩密度 32 kg/m^3 、厚さ 50 mm ）を使用した。本章では、それぞれの研究手法について述べる。本章の方法で得られた数値解析結果は、第 4 章において示し、音響管実験および各数値解析手法による結果の比較を行う。

3.1. 音響管実験

吸音材の垂直入射吸音率を測定するため、音響管を用いた実験を行った。実験時の様子を図3に示す。PC上で生成した測定信号（ピンクノイズ）をオーディオインターフェースを介して出力し、パワーアンプにより増幅した後、音響管内に設置したスピーカーを駆動することで音波を発生させた。音響管内を伝播する音波は、試料表面で反射され、入射波と反射波が重畳した音場を形成する。これらの音圧信号を音響管内に設置した2つのマイクロホンによって測定し、マイクアンプで増幅した後、再びオーディオインターフェースを通してPCに取り込んだ。取得した音圧信号から、2マイクロホン法により吸音率を算出した。



図3 音響管実験の様子

3.2. 有限要素法による吸音率予測

有限要素法による吸音率予測には、COMSOL を用いた。音響管実験と同一条件となるように解析モデルを構築し、多孔質吸音材モデル (Miki モデル) を適用した。

有限要素法は周波数領域で解析を行う手法であり、本研究では周波数ごとの吸音率を算出した。解析にあたっては、流れ抵抗率を材料パラメータとして与え、Miki モデルにより得られる特性インピーダンスと複素波数を周波数毎に変化させながら数値計算を行った。これにより、音響管実験および FDTD 法との比較を行うための吸音率データを取得した。

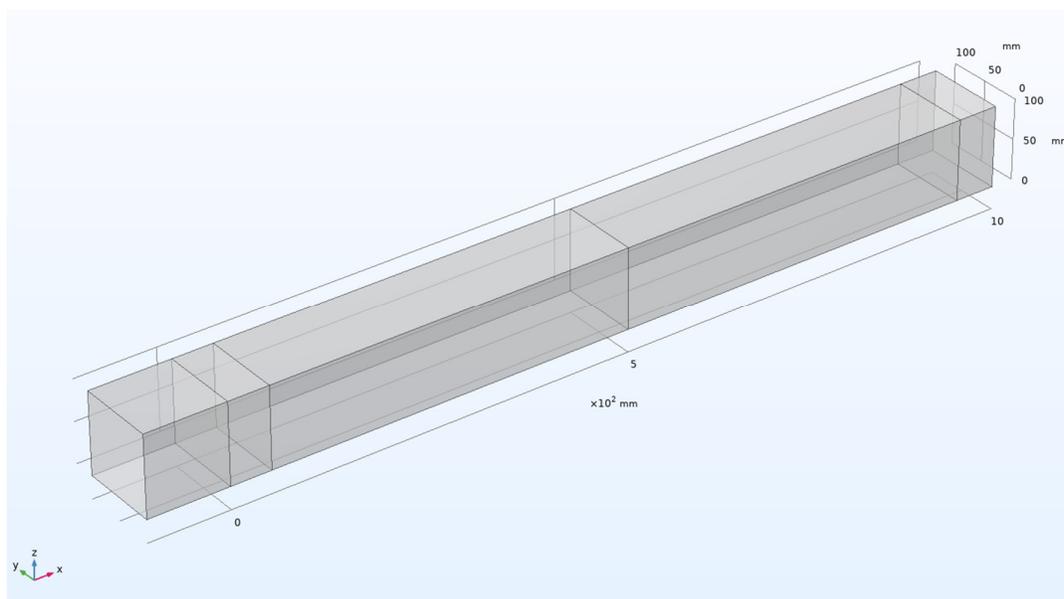


図4 COMSOL の解析形状

3.3. FDTD 法による吸音率予測

FDTD 法を用いて、多孔質吸音材の吸音率予測を行った。FDTD 法は、時間領域において音圧および粒子速度を逐次計算する数値解析手法であり、音場の時間発展を直接的に解析できる特徴を有している。

本研究では、既往研究[1]に基づき、レイリーモデルを用いて多孔質吸音材をモデル化した。レイリーモデルでは、多孔質材料を多数の細い管の集合体として近似し、材料内部におけるエネルギー損失を流れ抵抗によって表現する。

解析モデルは、音響管実験を模擬できるよう 1 次元音場を仮定して構築した。材料内部の音場は、連続の式および運動方程式に流れ抵抗項を導入した支配方程式を差分化することで計算した。解析においては、流れ抵抗率をパラメータとして与え、吸音率の数値計算を行った。

3.4. 流れ抵抗の測定

本研究では対象とする吸音材の流れ抵抗を実測し、数値解析で用いた値との比較を行った。流れ抵抗の測定には定常流法を用いた。測定時の様子を図4に示す。測定管内に試料を設置し、吸引ポンプにより一定流量の空気を試料に通過させた。このときに生じる試料前後の圧力差を MANOMETER により測定した。

流れ抵抗率 σ は、試料上下の圧力差 Δp 、体積流量 Q 、および試料断面積 S を用いて、

$$\sigma = \frac{\Delta p}{Q/S}$$

として算出した。ここで、 Q/S は試料を通過する空気の平均流速を表す。測定は流量を変えて複数回実施し、それらの値から流速が 0.0005 m/s の時の流れ抵抗率を外挿して算出した。得られた流れ抵抗率は、有限要素法および FDTD 法における材料パラメータ設定の参考値として用いた。

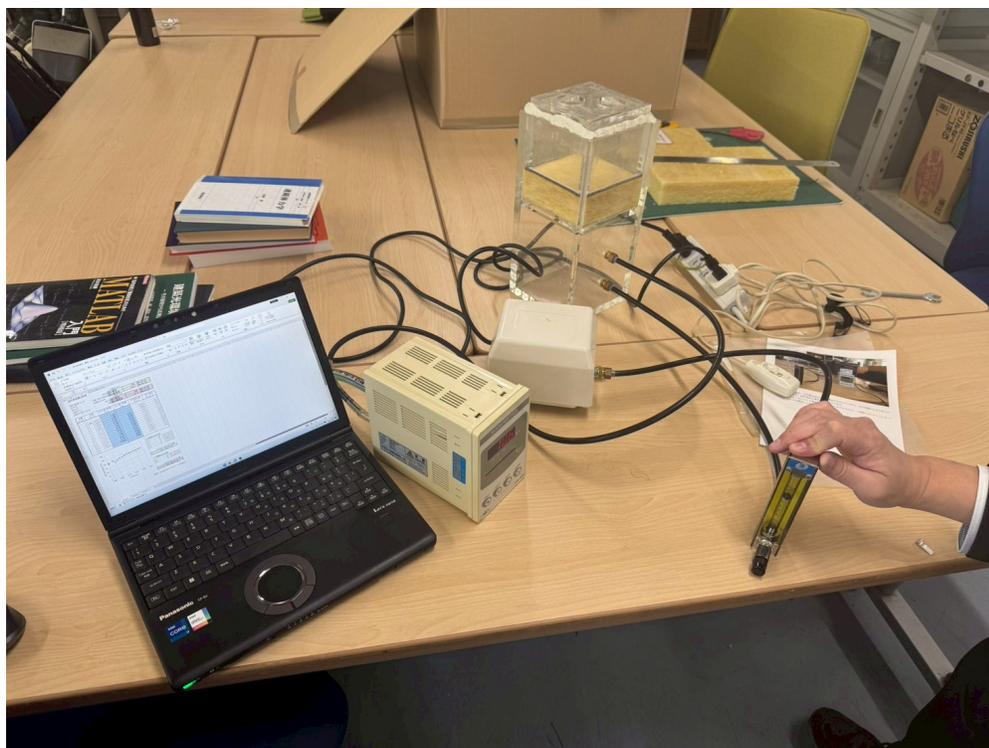


図5 流れ抵抗率測定の様子

3.5. 測定した流れ抵抗率を用いた数値解析

3.4 節で測定した吸音材の流れ抵抗率を用いて、有限要素法および FDTD 法による数値解析を行った。測定によって得られた流れ抵抗率は、多孔質吸音材の物性値として数値解析モデルに直接適用した。

有限要素法では、COMSOL により構築した多孔質吸音材モデルに対し、測定した流れ抵抗率を材料パラメータとして設定し、垂直入射条件における吸音率の数値計算を行った。

一方、FDTD 法においても、音響管実験および有限要素法解析と同一形状および境界条件の解析モデルを用い、測定した流れ抵抗率を流れ抵抗項として導入した。これにより、測定値に基づく材料定数を用いた場合の吸音率を時間領域解析により算出した。

4. 結果

本章では、音響管実験、有限要素法 (COMSOL Multiphysics)、および FDTD 法により得られた吸音率の結果を示す。また、流れ抵抗率測定の結果と、それを各数値解析手法に適用した場合の吸音率について示す。

4.1. 音響管実験による吸音率測定結果

音響管を用いてグラスウール試料（高密度 32 kg/m^3 、厚さ 50 mm ）の垂直入射吸音率を測定した。測定により得られた吸音率は、周波数の増加に伴い増加する傾向を示した。これらの結果を、本研究における基準データとして用いた。

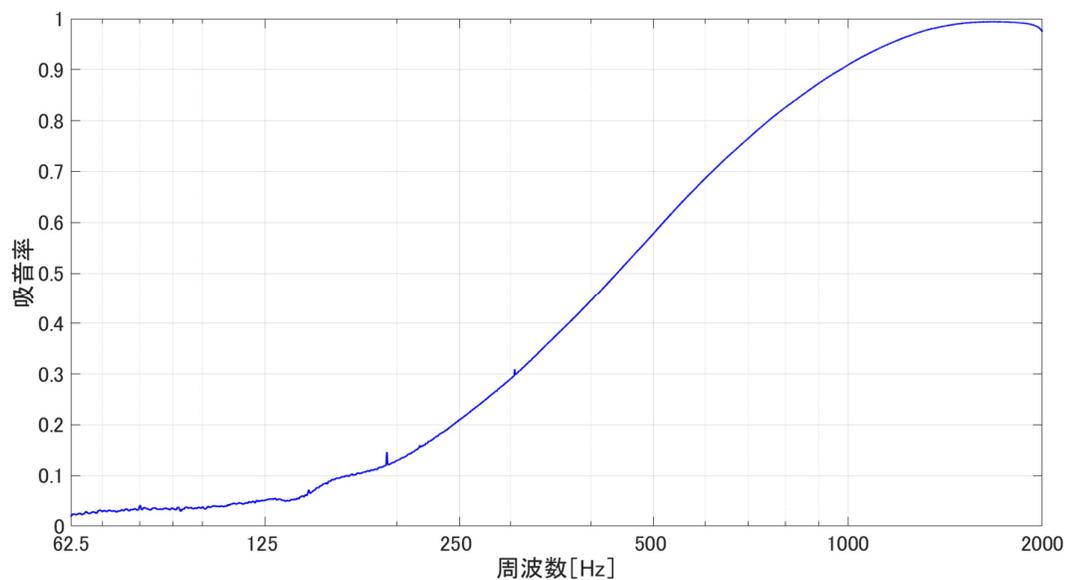


図6 音響管実験による吸音率測定結果

4.2. 有限要素法による吸音率予測結果

まず、音響管実験で得られた吸音率と COMSOL による数値解析結果が最も良く一致するよう、流れ抵抗率を変化させながら解析を行った。その結果、本研究で使用した吸音材の流れ抵抗率として

$$\sigma = 13900 \text{ [Pa} \cdot \text{s/m}^2\text{]}$$

が最も良い一致を示すと判断した。

この流れ抵抗率を FDTD 法に適用し、音響管実験結果との比較を行った。その結果、FDTD 法によって得られた吸音率は、音響管実験結果および COMSOL による解析結果と比較して、小さい吸音率となった。吸音率の比較結果を図 5 に示す。

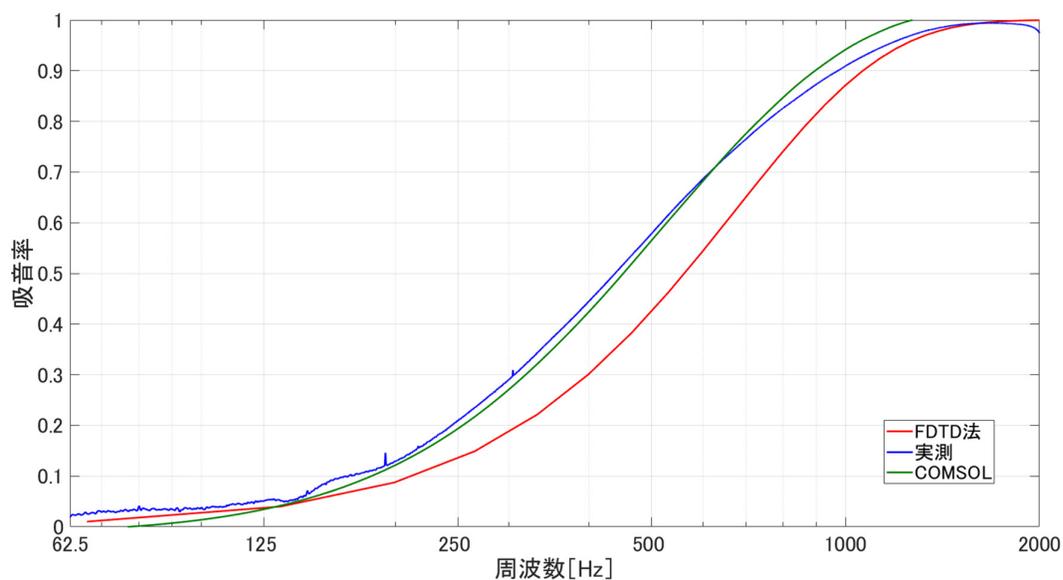


図 7 $\sigma = 13900 \text{ [Pa} \cdot \text{s/m}^2\text{]}$ の図

4.3. FDTD 法による吸音率予測結果

FDTD 法において流れ抵抗率を変化させながら吸音率の数値計算を行い、音響管実験結果に最も近い周波数特性を示す条件を探索した。その結果、流れ抵抗率を

$$\sigma = 38000 \text{ [Pa} \cdot \text{s/m}^2\text{]}$$

とした場合に、吸音率の周波数特性が音響管実験結果に近づくことが確認された。

このことから、FDTD 法においては、有限要素法で同定された流れ抵抗率をそのまま適用した場合、実験結果を十分に再現できない可能性が示唆される。すなわち、レイリーモデルを用いた FDTD 法では、吸音材の流れ抵抗の取り扱いが周波数領域解析とは異なり、数値解析手法に応じたパラメータ設定が必要であることが明らかとなった。

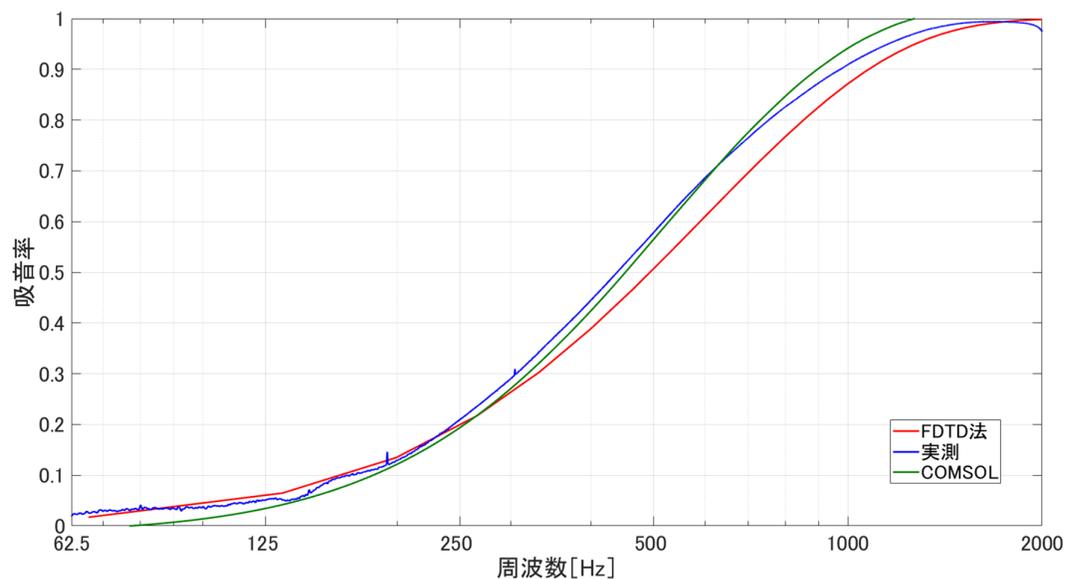


図 8 $\sigma = 38000 \text{ [Pa} \cdot \text{s/m}^2\text{]}$ の図

4.4. 流れ抵抗率測定結果

本研究では、数値解析に用いる流れ抵抗率の妥当性を確認するため、試料に対して流れ抵抗率測定を行った。測定は定常流法により実施し、試料を通過する空気流量と圧力差の関係から流れ抵抗率を算出した。図 9 に測定結果の詳細を示す。

その結果、本研究で使用した多孔質吸音材の流れ抵抗率は

$$\sigma = 6967 \text{ [Pa} \cdot \text{s/m}^2\text{]}$$

であった。この測定値は、有限要素法解析において同定された流れ抵抗率

$$\sigma = 13900 \text{ [Pa} \cdot \text{s/m}^2\text{]}$$

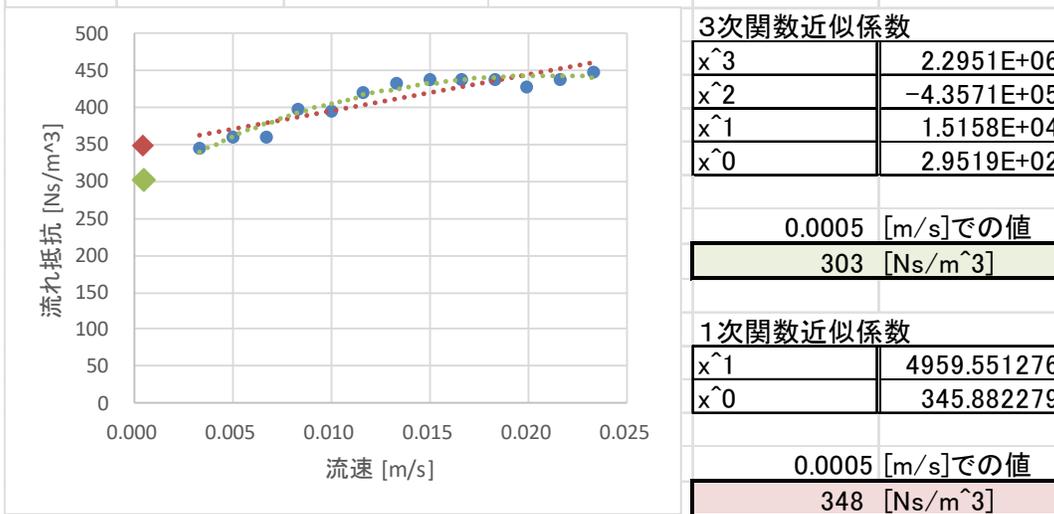
および FDTD 法において実験結果に近い吸音率を示した値

$$\sigma = 38000 \text{ [Pa} \cdot \text{s/m}^2\text{]}$$

と比較して、小さい値であることが確認された。

流れ抵抗測定結果			
			3次関数近似
試料面積 [m ²]	0.01	流れ抵抗	303 [Ns/m ³]
試料名	GW 32k 50mm	流れ抵抗率	6053 [Ns/m ⁴]
測定日	2025.12.16	1次関数近似	
温度 [°C]	22.5	流れ抵抗	348 [Ns/m ³]
試料の厚み [mm]	50	流れ抵抗率	6967 [Ns/m ⁴]

流量 [l/min]	流速 [m/s]	圧力差(昇順) [Pa]	圧力差(降順) [Pa]	平均音圧差 [Pa]	流れ抵抗 [Ns/m ³]
1					
2	0.00332	1.40	0.90	1.150	346
3	0.00498	1.80	1.80	1.800	362
4	0.00664	2.40	2.40	2.400	362
5	0.00830	3.40	3.20	3.300	398
6	0.00996	4.00	3.90	3.950	397
7	0.01162	4.90	4.90	4.900	422
8	0.01328	5.80	5.70	5.750	433
9	0.01494	6.50	6.60	6.550	439
10	0.01660	7.20	7.40	7.300	440
11	0.01826	7.90	8.10	8.000	438
12	0.01992	8.50	8.60	8.550	429
13	0.02157	9.40	9.50	9.450	438
14	0.02323	10.30	10.60	10.450	450
15					



参考：旧JIS6306「グラスウール吸音材」

図9 流れ抵抗測定結果

4.5. 測定した流れ抵抗率を用いた数値解析結果

流れ抵抗率測定によって得られた値

$$\sigma = 6967 \text{ [Pa} \cdot \text{s/m}^2\text{]}$$

を、COMSOL および FDTD 法の数値解析に適用し、垂直入射条件における吸音率の予測を行った。解析条件は、音響管実験および前節までの数値解析と同一とした。

その結果、有限要素法では、吸音率の周波数特性は実測と概ね同様の傾向を示したが、全体的にやや低い値となりました。一方、FDTD 法では吸音率がさらに小さく、特に中高周波数域で実測との差が拡大しました。

以上より、測定した流れ抵抗率を数値解析に適用した場合、傾向の再現は可能であるものの、FDTD 法では吸音率を十分に再現できないことが示された。

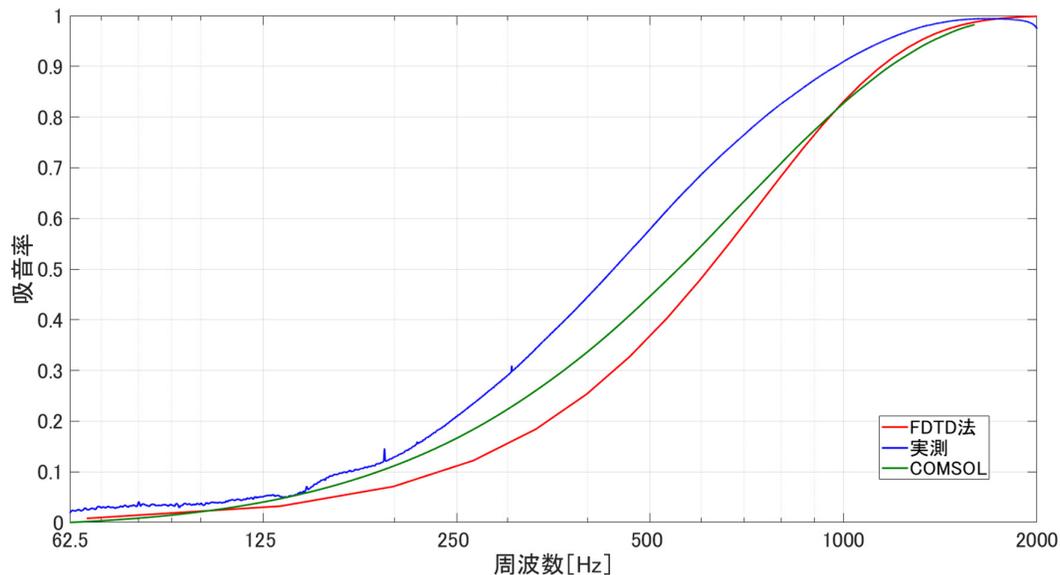


図 10 $\sigma = 6967 \text{ [Pa} \cdot \text{s/m}^2\text{]}$ の図

5. 考察とまとめ

本研究では、FDTD 法においてレイリーモデルを用いた多孔質吸音材のモデル化が、吸音率予測に対して妥当であるかを検証することを目的とした。検証にあたり、音響管実験によって得られた吸音率を基準とし、FDTD 法による吸音率予測の結果との比較を行った。また、比較のために有限要素法 (COMSOL) による結果を補助的に用いた。

FDTD 法において、流れ抵抗率を流れ抵抗率測定値 ($6967 \text{ Pa} \cdot \text{s/m}^2$) または COMSOL と同一の値 ($13900 \text{ Pa} \cdot \text{s/m}^2$) とした場合、吸音率の周波数特性は音響管実験の結果と十分に一致しなかった。一方、流れ抵抗率を $38000 \text{ Pa} \cdot \text{s/m}^2$ に設定することで、FDTD 法による吸音率は実測結果に近づくことが確認された。この結果は、レイリーモデルに基づく FDTD 法が、流れ抵抗を適切に設定することで実測に近い吸音特性を再現できる可能性を示している。

一方で、FDTD 法で必要となる流れ抵抗率は、実測値や他の数値解析手法で妥当と思われる値とは一致しなかった。このことから、レイリーモデルに基づく FDTD 法における流れ抵抗率は、物理的な材料定数というよりも、数値解析上の同定パラメータとして扱う必要があることが示唆された。しかしながら、流れ抵抗率測定実験には装置上の不備の可能性もあり、その値が適正なものであるかどうかには疑問が残る。

以上より、本研究で用いたレイリーモデルに基づく FDTD 法は、流れ抵抗率を適切に調整することで、多孔質吸音材の吸音率予測に適用可能であることが確認された。一方で、流れ抵抗率の物理的意味づけや、解析条件との関係については、今後さらに検討が必要である。

参考文献

- [1] H. Suzuki, A. Omoto, and K. Fujiwara, "Treatment of boundary conditions by finite difference time domain method", *Acoustical Science and Technology* 28(1), 16-26, 2007.
- [2] 豊田政弘, "建築音響物理学", 関西大学出版部, 180-215, 2023.
- [3] 豊田政弘, "時間領域有限差分法を用いた汎用的な連成解析手法の開発", *音響学会誌* 72(11), 697-702, 2016.