

幾何音響理論と波動音響理論を用いた  
ハイブリッド音場解析法のフィルタの検証

関西大学 環境都市工学部 建築学科

建築環境工学第1研究室

建 17-60 友田 菜月

指導教員 豊田 政弘

河井 康人

# 目次

<b>第1章 序論</b> .....	3
1.1 研究背景 .....	3
1.2 既往研究 .....	4
1.3 研究目的 .....	5
1.4 論文構成 .....	6
<b>第2章 研究手法</b> .....	7
2.1 波動音響理論 .....	7
2.1.1 時間領域有限差分法 (FDTD 法) [4] [5].....	7
2.2 幾何音響理論 .....	11
2.2.1 音線法 [10] .....	11
2.2.2 虚像法 [12] .....	15
2.2.3 バックトレース法 [13] .....	17
2.3 フィルタ.....	19
2.3.1 FIR フィルタ .....	19
2.3.2 IIR フィルタ .....	19
2.4 逆フィルタ [14] .....	20
2.4 ハイブリッド解析 .....	22
<b>第3章 結果</b> .....	24
3.1 FIR フィルタ .....	24
3.2 IIR フィルタ .....	26
3.2.1 バタワースフィルタ.....	26
3.2.2 チェビシェフフィルタ.....	27
<b>第4章 考察</b> .....	29
<b>第5章 結論</b> .....	30
<b>参考文献</b> .....	31

# 第1章 序論

## 1.1 研究背景

建築空間を対象とした音場解析の手法は大きく分けて、幾何音響理論、波動音響理論の2種類がある。幾何音響理論は音の波動性を無視し、音のエネルギーを幾何的に扱うことで音場を記述する理論であり、波動音響理論は音場を記述する波動方程式を解くことにより音場を解析する手法である。それぞれの解析手法にはメリット、デメリットがある。例えば、幾何音響理論では、音のエネルギーを幾何的に扱い計算するため、実用的な計算負荷で広帯域の結果を得ることが可能であるが、波動性を無視するため、音の波動性が現れやすい低域では誤差が大きくなる可能性が高い。一方、波動音響理論では、音の波動方程式を解いて計算をするため、かなり現実に近い仮定に基づいているが、計算負荷が非常に大きく実用的に計算可能な周波数範囲は低域に限定される。これらの特徴を理解した上で、解析対象となる空間や対象とする周波数に合った解析手法を選ぶことが重要である。

現在、コンサートホールなどの大規模空間の音場解析には、計算負荷の観点から、幾何音響理論が広く用いられている。しかし、上述したように、特に低域において生じる誤差が懸念される。一方、波動音響理論を用いた場合、現在の計算機性能では可聴域全体を計算することは不可能であることが考えられる。そのため、大規模空間の音場解析においては、計算負荷を抑えながらも、可聴域全体で正確な解析ができる解析技術の開発と実用化が望まれる。

## 1.2 既往研究

Granier[1]らは車室内の音場において、低音域での波動音響理論の解析手法と、中・高音域での幾何音響理論の解析結果を結合させた、ハイブリッドコンピューターシミュレーションに関する検討を行った。

また、文屋[2]らにより、開領域のための幾何音響理論と波動音響理論の結合解法が提案されている。ただしこの提案は対象空間が開領域であることに加えて、空間領域で幾何音響理論と波動音響理論の計算する範囲を分けている。

二つの異なる手法を組み合わせるといふ考え方は古くからあるはずだが、これら以外にハイブリッド解析手法に関する既往研究はあまり見られない。その理由として幾何音響理論と波動音響理論の根本的な考え方が異なるため、単純に二つの手法を組み合わせることができないからである。そこで坂吉[3]は、低音域における波動音響解析手法と高音域における幾何音響解析手法を用いたハイブリッド音場解析手法の開発に関する研究を行った。ある周波数を境に波動音響理論と幾何音響理論の計算結果を補正し合成するという手法である。この研究では最大で $1\text{ m}^3$ 四方の立方体について、 $1000\text{ Hz}$ をハイブリッドの境目周波数と設定して解析を行った。その結果、計算時間を大幅に短縮することができた。

### 1.3 研究目的

本研究では大規模空間の音場解析において幾何音響理論と波動音響理論を用いたハイブリッド解析を用い、計算負荷を抑えつつ可聴域全体でより正確な予測を得ることを考える。幾何音響理論と波動音響理論によって得られた計算結果は単純に足し合わせることが不可能であるため、それぞれの計算結果から解析対象となる周波数範囲の値のみを抽出する必要がある。そのために用いるのが帯域通過フィルタであり、本論文ではこのフィルタによる影響に注目する。様々なフィルタを試すことで大規模空間を対象としたハイブリッド音場解析の計算結果を改善することを目的とする。

## 1.4 論文構成

第1章では音響設計における解析手法を説明し、既往研究の紹介とともに今回の研究目的を述べた。第2章ではハイブリッド解析を実現させるために用いる波動音響理論と幾何音響理論、フィルタの特徴などを説明し、最後にハイブリッド解析の手順を述べる。第3章では本論文でハイブリッド解析の対象とするモデルの条件を述べるとともに、結果を示す。第4章では本研究の考察を述べ、第5章では本研究の結論を述べる。

## 第2章 研究手法

### 2.1 波動音響理論

波動音響理論では、音波の振る舞いを

$$c^2 \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

で示される波動方程式、あるいは、それを導出するための運動方程式と連続方程式で記述する。これらの式を離散化し、数値的に解くことで、音場を解析することを波動音響数値解析と呼ぶ。波動方程式を解くため、音波の波動性を考慮した正確な予測ができる一方、計算量が膨大であるため、予測できる対象や範囲が限られる。音響分野での波動音響数値解析では一般的に、境界要素法 (BEM)、時間領域有限差分法 (FDTD 法)、有限要素法 (FEM) が用いられる。幾何音響理論では、一般的に時間領域の解を得ることができるので、本論文では、それらのうち、同じ時間領域の解を容易に得ることができる時間領域有限差分法を用いる。

#### 2.1.1 時間領域有限差分法 (FDTD 法) [4] [5]

FDTD 法とは、音場を空間的にも時間的にも離散化し、支配式の微分項を差分商で近似することにより解を得る手法である。空間的に離散化された一つ一つのセルには、Fig. 2.1 に示すように、音圧と粒子速度を互い違いに配置する。この空間的な配置のみを表した図を、Yee セルと呼ぶ。また、Fig. 2.2 に示すスタガードグリッドと呼ばれる格子によって、空間的な配置と時間的な配置を表すこともできる。FDTD 法では、空間的にも時間的にも互い違いに配置された音圧と粒子速度を、互い違いに計算するリーブフロッグアルゴリズム (蛙跳び差分アルゴリズム) [6] と呼ばれる手法を用いることで、音波の挙動を時間発展的に求めることができる。

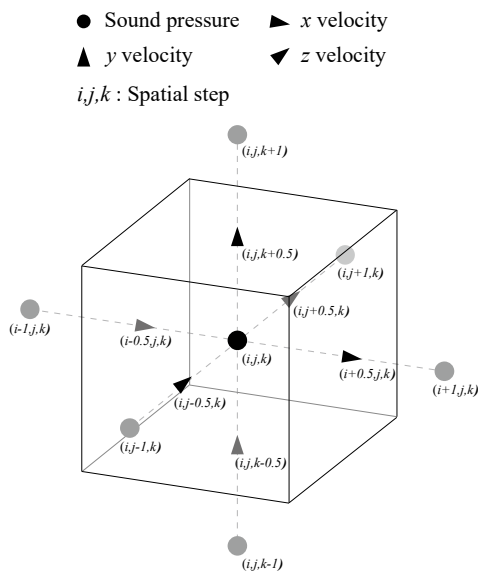


Fig. 2.1 Yee cell (three dimension)

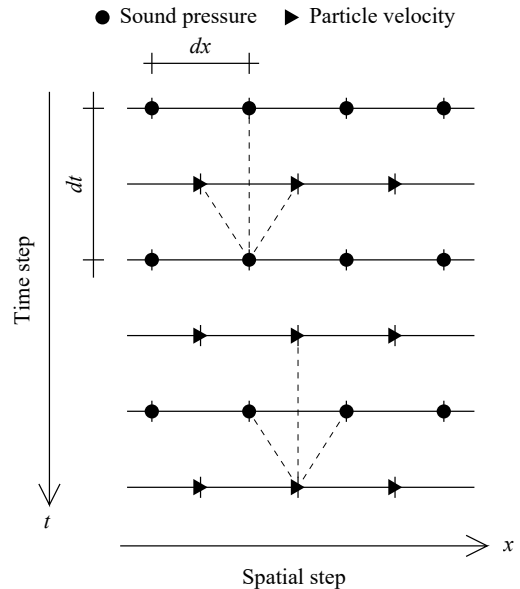


Fig. 2.2 Staggered grid (one dimension)

(1) 理論式

ここに、寸法が  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  [m] で密度が  $\rho_0$  [kg/m<sup>3</sup>] の空気粒子があり、各面に音圧  $p$  [N/m<sup>2</sup>] が加わっている状態を考える。この空気粒子の  $x, y, z$  方向の変位を  $u_x, u_y, u_z$  [m] とする。この時、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  が微小量であることを考慮すれば、 $x, y, z$  方向の運動方程式は、

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2.2)$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} + \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (2.4)$$

となる。また、空気粒子の各面の変位を考え、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  が微小量であることを考慮すれば、空気粒子の体積の増分  $\Delta V$  [m<sup>3</sup>] は、

$$\Delta V = \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.5)$$

と表される。一方、音圧と体積変化率の関係は体積弾性率  $\kappa$  [N/m<sup>2</sup>] を介して、

$$p = -\kappa \frac{\Delta V}{V} \quad (2.6)$$

と表される。なお、体積弾性率と密度、及び、音速  $c$  [m/s] には

$$\kappa = \rho_0 c^2 \quad (2.7)$$

の関係がある。ここで、式(2.5)を式(2.6)に代入すれば、

$$p = -\kappa \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \quad (2.8)$$

となり、これを音圧に関する連続方程式と呼ぶ。また、すべての支配式を1階の偏微分方程式とするために、変位の時間微分を粒子速度に置き換える。ここで、 $x, y, z$  方向の粒子速度を  $v_x, v_y, v_z$  [m/s] とする。さらに、式(2.8)の両辺を時間微分すれば、式(2.2)~(2.4), (2.8)は、

$$\rho_0 \frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2.9)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v_y}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.10)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \kappa \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.12)$$

と変形することができる。

FDTD 法では、式(2.9)~(2.12)を用いて音波の解析を行う。しかし、音圧や粒子速度は空間や時間に関して連続的に変化しているため、これらの式をそのまま扱うことができない。そこで、空間や時間を離散化し、連続関数を近似することで、計算を可能にする。



FDTD 法における離散化は、Fig. 2.1 や Fig. 2.2 のように、空間的にも時間的にも、音圧と粒子速度を離散化幅の半ステップずつ互い違いに配置する。ここで、空間ステップを  $i, j, k$ 、時間ステップを  $n$  と置き、空間ステップが  $i, j, k$  で時間ステップが  $n$  の時の音圧を  $p^n(i, j, k)$  [ $\text{N/m}^2$ ]、空間ステップが  $i+0.5, j, k$  で時間ステップが  $n+0.5$  の時の  $x$  方向の粒子速度を  $v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k)$  [ $\text{m/s}$ ]と表記する。この離散化によって、

$$f'(x) \cong \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \quad (2.13)$$

のように中心差分近似と呼ばれる方法を用いて近似することができる。よって、式(2.9)~(2.12)は、

$$\rho_0 \frac{v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) - v_x^{n-0.5}(i+0.5, j, k)}{\Delta t} = - \frac{p^n(i+1, j, k) - p^n(i, j, k)}{\Delta x} \quad (2.14)$$

$$\rho_0 \frac{v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) - v_y^{n-0.5}(i, j+0.5, k)}{\Delta t} = - \frac{p^n(i, j+1, k) - p^n(i, j, k)}{\Delta y} \quad (2.15)$$

$$\rho_0 \frac{v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) - v_z^{n-0.5}(i, j, k+0.5)}{\Delta t} = - \frac{p^n(i, j, k+1) - p^n(i, j, k)}{\Delta z} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{p^{n+1}(i, j, k) - p^n(i, j, k)}{\Delta t} = & -\kappa \frac{v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) - v_x^{n-0.5}(i-0.5, j, k)}{\Delta x} \\ & -\kappa \frac{v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) - v_y^{n-0.5}(i, j-0.5, k)}{\Delta y} \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$-\kappa \frac{v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) - v_z^{n-0.5}(i, j, k-0.5)}{\Delta z}$$

と近似できる。この式(2.14)~(2.17)において、最も時間ステップが大きい項のみを左辺に残し変形すると、

$$v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) = v_x^{n-0.5}(i+0.5, j, k) - \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta x} \{p^n(i+1, j, k) - p^n(i, j, k)\} \quad (2.18)$$

$$v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) = v_y^{n-0.5}(i, j+0.5, k) - \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta y} \{p^n(i, j+1, k) - p^n(i, j, k)\} \quad (2.19)$$

$$v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) = v_z^{n-0.5}(i, j, k+0.5) - \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta z} \{p^n(i, j, k+1) - p^n(i, j, k)\} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} p^{n+1}(i, j, k) = & p^n(i, j, k) - \kappa \frac{\Delta t}{\Delta x} \{v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) - v_x^{n+0.5}(i-0.5, j, k)\} \\ & -\kappa \frac{\Delta t}{\Delta y} \{v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) - v_y^{n+0.5}(i, j-0.5, k)\} \\ & -\kappa \frac{\Delta t}{\Delta z} \{v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) - v_z^{n+0.5}(i, j, k-0.5)\} \end{aligned} \quad (2.21)$$

と変形できる。式(2.18)~(2.20)により、任意の空間、及び、時間ステップの粒子速度は、同じ空間ステップの 1 時間ステップ前の粒子速度と、隣接する空間ステップの半時間ステップ前の音圧によって求めることができる。同様に、式(2.21)により、任意の空間、及び、時間ステップの音圧は、同じ空間ステップの 1 時間ステップ前の音圧と、隣接する空間ステップの半時間ステップ前

の粒子速度によって求めることができる。Fig. 2.2 に、音圧、ないしは、粒子速度を求めるためには、どの空間ステップ、及び、時間ステップの粒子速度、ないしは、音圧を参照する必要があるのかを示しているのを参照されたい。以上より、初期条件さえわかれば、式(2.18)~(2.20)と式(2.21)を全空間ステップについて交互に計算することで、音圧分布、及び、粒子速度分布を時間発展的に求めることができる。

## (2) 音源 [7]

ここまでは、音源からの出力がない状態での支配式の計算方法について述べた。しかし、実際には励振条件として音源を与えなければならない。音源を FDTD 法に導入する方法として、初期条件として粒子速度分布も音圧分布も 0 とみなせる場のある 1 点に時間波形を与える方法を用いる。音源位置を  $i_d, j_d, k_d$ 、体積速度信号を  $Q(t)$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ] とすると、式(2.21)の右辺に音源項を追加して、

$$\begin{aligned}
 p^{n+1}(i_d, j_d, k_d) = & p^n(i_d, j_d, k_d) \\
 & -\kappa \frac{\Delta t}{\Delta x} \{v_x^{n+0.5}(i_d + 0.5, j_d, k_d) - v_x^{n+0.5}(i_d - 0.5, j_d, k_d)\} \\
 & -\kappa \frac{\Delta t}{\Delta y} \{v_y^{n+0.5}(i_d, j_d + 0.5, k_d) - v_y^{n+0.5}(i_d, j_d - 0.5, k_d)\} \\
 & -\kappa \frac{\Delta t}{\Delta z} \{v_z^{n+0.5}(i_d, j_d, k_d + 0.5) - v_z^{n+0.5}(i_d, j_d, k_d - 0.5)\} \\
 & + \frac{\kappa \Delta t}{\Delta x \Delta y \Delta z} Q^n
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

とすればよい。ここで、 $Q^n = Q((n - 0.5)\Delta t)$  である。本論文では、

$$Q(t) = M \exp[-A(t - t_0)^2] \tag{2.23}$$

で表されるガウシアンパルスを用いる。ここで、 $M$  は体積速度のピーク値、 $A$  は急峻さに関する係数、 $t_0$  はピーク時刻である。しかし、ガウシアンパルスを音源として与えると、受信点で音圧を観測しても、インパルス応答を得ることができない。そのため、インパルス応答を得るためには、逆フィルタをかける必要がある。この逆フィルタに関しては 2.3 節で詳しく説明する。

## (3) PML (Perfectly matched layer: 完全吸収層) [8]

FDTD 法では空間を離散化して計算を行うため、閉領域しか計算することができない。そのため、開領域を計算するためには、境界以降の領域を模擬するための無反射境界を導入する必要がある。FDTD 法に無反射境界を導入する一番簡単な方法は垂直入射インピーダンス境界で吸音率を 1 とすることだが、斜めに入射する音波に対しては、吸音率が 1 でなくなるため、完全な無反射境界とはならない。現在、あらゆる方向からの入射に対して最も無反射境界を表現できる方法が Berenger[8] が提案した PML である。PML は、すべての軸方向について、隣接する媒質と特性インピーダンスが等しく、かつ、伝搬中に波が減衰するような非物理媒質で構成されている。Berenger が提案したのは電磁波用の PML であるが、弾性波用の PML も Chew ら[9] により定式化されている。PML を用いることで、自由空間などの開領域の計算が可能になるが、多くのメモリと計算時間が必要となる。

## 2.2 幾何音響理論

幾何音響理論では、音の波動性を無視し、音を幾何学的に扱うことで音場を記述する。計算や可視化が容易である一方、音の波動性を無視しているため、波動現象が起りやすい低音域において特に真値と誤差が生じる可能性が高い。幾何音響理論に基づく代表的な解析手法として音線法と虚像法が挙げられる。しかし、両手法ともに欠点がある。それを補うために、音線法と虚像法を組み合わせたバックトレース法とよばれるものが提案された。本論文では、このバックトレース法を採用する。バックトレース法の基本は音線法と虚像法であるため、本節では、まず音線法と虚像法を説明した後、バックトレース法について説明する。

### 2.2.1 音線法 [10]

音線法とは、音線と呼ばれる単位エネルギーの進行経路を用いて、その反射履歴を追跡する計算手法である。音線は、最短経路を通るという Fermat の法則に則るため、温度および密度が均一な媒質中を進行する場合、音線は直進する。また、音線は壁面にぶつくと鏡面反射する (Fig. 2.3)。

#### (1) 音源

建築音響で用いられる場合の音線法では、無指向性の音源を与える場合が多い。無指向性の音源を与えるには、音線数を決定した後、等立体角[11]になるように単位エネルギーを持った音線を音源位置から放射する (Fig. 2.4)。無指向性音源の場合、距離が離れていくにつれて音線の間隔が広がるため、単位面積当たりに入射する音線の数が減る。この音線数の減少が音線法における距離減衰の考え方である。

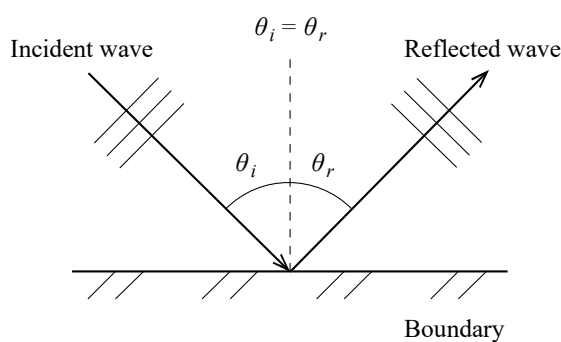


Fig. 2.3 Specular reflection

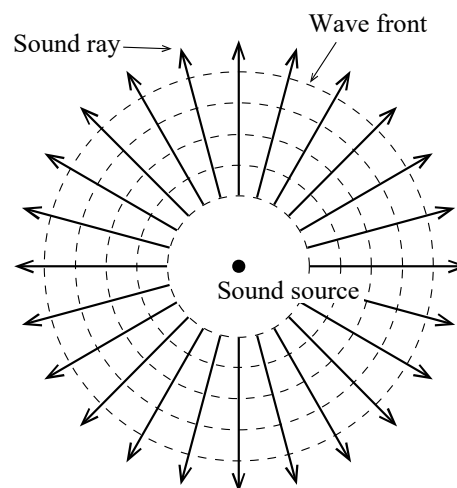


Fig. 2.4 Omni-directional sound source

(2) 境界面の扱い

境界面に入射した音波のエネルギー $E_i$ は反射するエネルギー $E_r$ 、境界内部で欠損するエネルギー $E_l$ 、及び、透過するエネルギー $E_t$ に分けられる (Fig.2.5)。このとき、エネルギー保存則から、

$$E_i = E_r + E_l + E_t \quad (2.24)$$

が成り立つ。このとき、入射するエネルギーと反射するエネルギーの比を反射率  $r$  といい、

$$r = \frac{E_r}{E_i} \quad (2.25)$$

と表される。また、このとき、吸音率  $\alpha$  は、

$$\alpha = 1 - \frac{E_r}{E_i} \quad (2.26)$$

と表される (Fig. 2.6)。音線法において、音線が境界面にぶつかったとき、反射する音線のエネルギーは、境界面の吸音率を  $\alpha$  とすると、反射率は  $1 - \alpha$  となるので、

$$E_r = E_i(1 - \alpha) \quad (2.27)$$

となる。また、斜入射を考慮する場合、入射角度を  $\theta$  とすると、反射する音線のエネルギー [12] は、

$$E_r = E_i \left| \frac{(1 + \sqrt{1 - \alpha}) \cos \theta - (1 - \sqrt{1 - \alpha})}{(1 + \sqrt{1 - \alpha}) \cos \theta + (1 - \sqrt{1 - \alpha})} \right|^2 \quad (2.28)$$

となる (Fig. 2.7)。

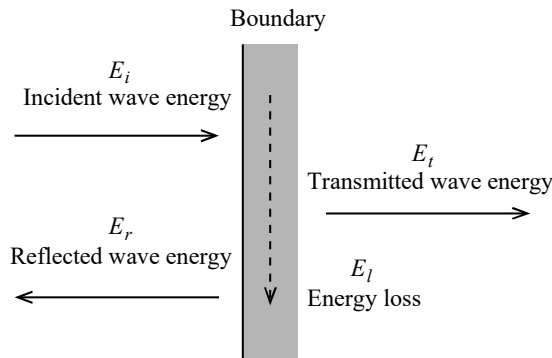


Fig. 2.5 Sound wave energy on boundary

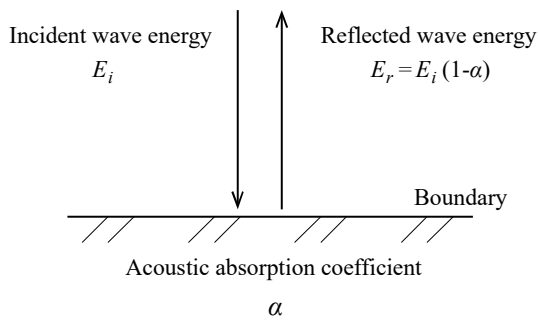


Fig. 2.6 Treatment of sound wave energy on boundary

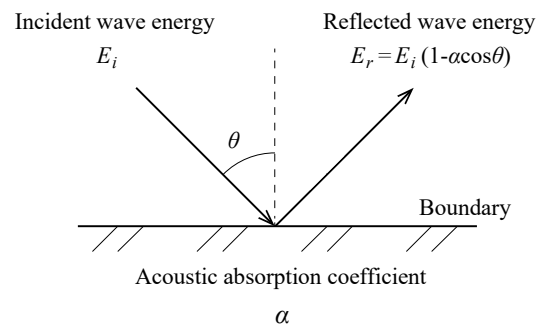


Fig. 2.7 Oblique incidence

### (3) 判定

音線経路を追跡するために、音線がどの壁面でぶつかるかを判定する必要がある。そのためにまず壁面の法線ベクトルを求める。ここでは、閉空間であれば、法線ベクトルが内向きになるように設定することとする。法線ベクトルの向きは、頂点の順番と Fig. 2.8 のように対応させる。次に、法線ベクトルと音線の内積を求める。内積が負のとき、音線はその壁面に向かってしていると判定できる (Fig. 2.9)。壁面に向かってしていると判定できた後、音線と壁面の交点が、壁面内にあるかどうか判定する。壁面の頂点と交点の座標を Fig. 2.10 に示す。頂点と交点の座標の間には

$$\begin{aligned} ax_1 + bx_2 + cx_3 &= x_n \\ ay_1 + by_2 + cy_3 &= y_n \\ az_1 + bz_2 + cz_3 &= z_n \end{aligned} \quad (2.29)$$

の関係がある。このとき  $0 \leq a, b, c \leq 1$ 、かつ、 $a + b + c = 1$  のとき、壁面内に交点があると判定することができる。しかし、室形状によっては Fig. 2.11 に示すように、交点が2つ現れる可能性がある。その場合、近いほうの交点を真の交点と判定する。

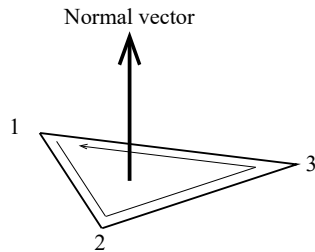


Fig. 2.8 Normal vector

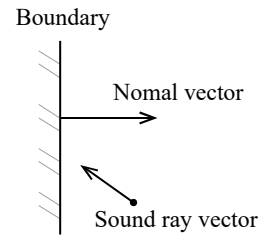


Fig. 2.9 Judgment of ray vector which heads for wall

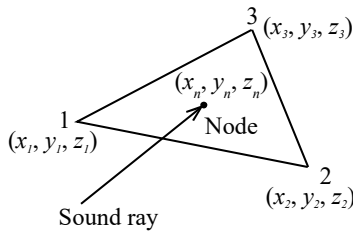


Fig. 2.10 Judgment of node in wall

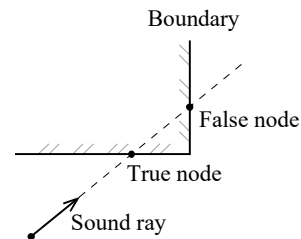


Fig. 2.11 Judgment of true node

### (4) 受音判定

音線が壁面から壁面に向かっていく間に受音点を通過しているかを判定する。判定方法として、受音点と音線の最短距離を求め、その距離が設定した受音半径以内であれば受音したと判定する。受音したと判定した場合には、受音したときの時刻とエネルギーを記録する。

### (5) 計算手順

Fig. 2.12 に音線法のフローチャートを示す (プログラムの表記は Fortran に準ずる)。まず、室形状や基本情報を入力し、壁面の法線ベクトルを算出すると共に、音源を作成する。次に、音線を追跡しながら、受音判定を行う。最後に、同時刻に受音した音線のエネルギーを足し合わせ、結果を出力する。

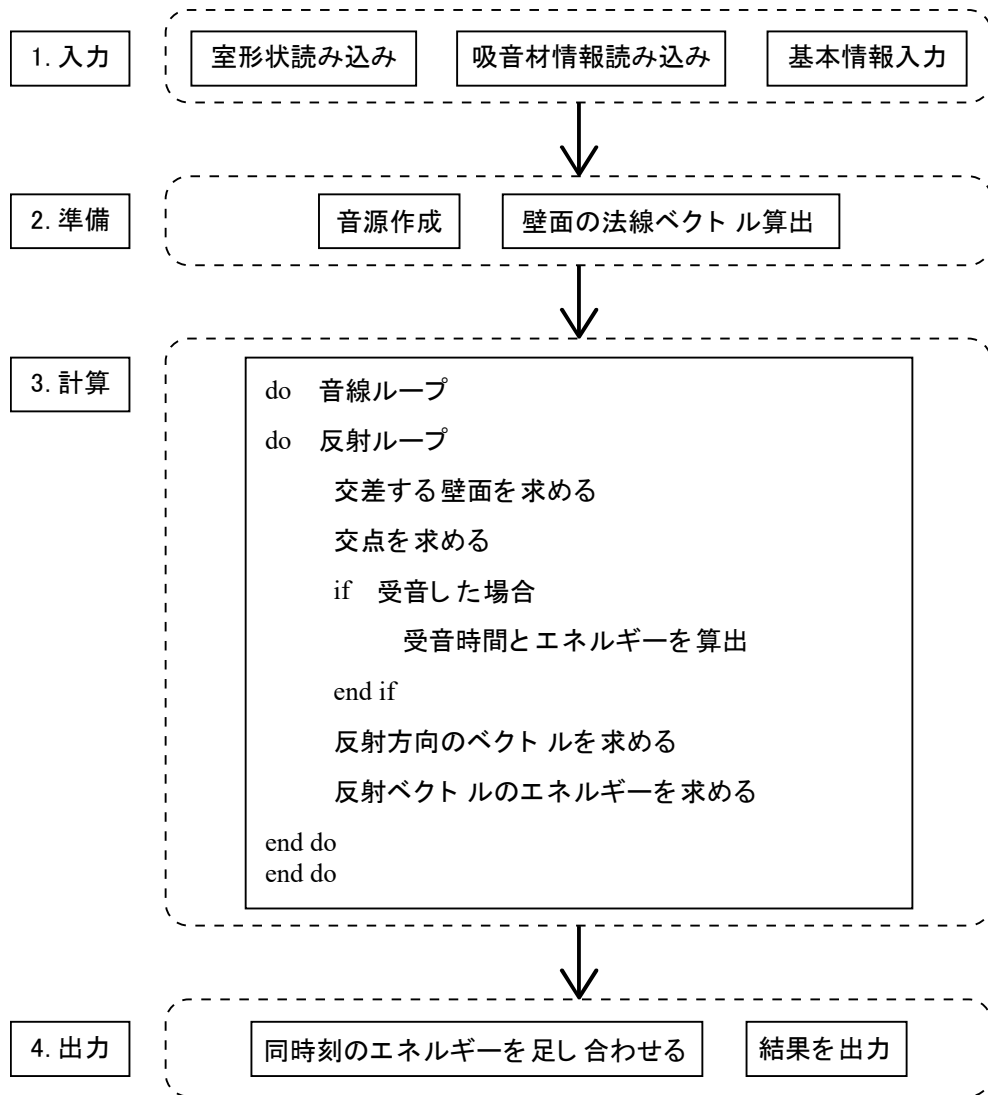


Fig. 2.12 Flow chart of ray tracing

### (6)特徴

音線法は計算や可視化が容易であるという利点がある一方、音線数や受音半径の設定によってさまざまな誤差が生じてしまう。Fig. 2.13 は音線数が少ない、もしくは、受音半径が小さいために、受音されるべき経路が、受音されたと判定されない場合を示したものである。また、Fig. 2.14 は受音半径が大きすぎるために、受音しないはずの経路が受音したと判定される場合を示したものである。

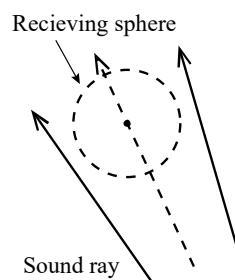


Fig. 2.13 Fault of ray tracing

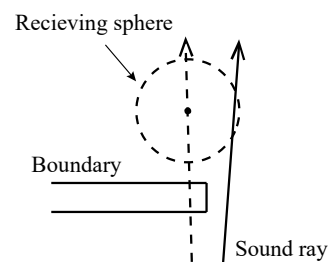


Fig. 2.14 Fault of ray tracing

## 2.2.2 虚像法 [13]

虚像法とは、壁面に対する虚音源を作成し、その虚音源群、および、実音源からのそれぞれの寄与を各反射音、および、直接音の強さとし、それらの総和を算出することによって、ある点の音の強さを求める手法である。虚像法では音線法と同様に、音は直進し、鏡面反射すると仮定する。しかし、距離減衰の考え方は音線法と異なり、虚音源ごとに距離の逆2乗則を考慮する必要がある。

### (1) 音源

虚像法では、実音源と虚音源に単位エネルギーを与える。音線法では、音源から無数の音線を放射していたが、虚像法では、各音源と受信点を結び、各音源から受信点までの経路を考える。その経路が、実際に到達可能な経路かどうかを判定し、その経路が到達可能な経路であれば、虚音源ごとの距離減衰と反射壁面による吸音を計算し、受信点でのエネルギーと到達時間を算出する。

また、室内の総壁面数  $m$ 、最大反射次数  $k$  とすると、虚音源の総数  $N$  は

$$N = \sum_{i=1}^k m(m-1)^{i-1} \quad (2.30)$$

と表せる。

### (2) 境界面の扱い

境界面の扱いは音線法と同様であるため、2.2.1 項の(2)を参照されたい。

### (3) 判定

作成された虚音源が有効なものかどうか、すなわち、受信点まで到達可能な経路を持つかどうかを判定する必要がある。矩形の室であれば、経路としては全虚音源が有効となる。しかし、遠くにある虚音源は距離減衰や壁面による吸音によって、受信点に到達するころには、ほぼ0となり、実質的には無効な虚音源となる場合がある。

一方、不整形な室の場合、経路として成立する虚音源を判定するには複雑なプロセスが必要である。本論文では詳細は割愛するので、Borish[13]の文献などを参照されたい。

### (4) 計算手順

Fig. 2.15 に虚像法のフローチャートを示す（プログラムの表記は Fortran に準ずる）。まず、壁面に対する虚音源を、式(2.30)に基づく個数だけ作成し、有効な経路の虚音源を判定する。次に、有効な経路の虚音源のみ、音源と虚音源を結び、それぞれの距離減衰と壁面による吸音を算出し、受信点におけるエネルギーと到達時刻を算出する。最後に、同時刻のエネルギーを足し合わせ、結果を出力する。

### (5) 特徴

虚像法では、方向、相対的なインテンシティ、及び、到達時間が音線法に比べて正確に求まる。したがって、初期反射音構造の検討やエコー障害のチェック、反射音の指向性の検討に有効である。しかし、式(2.30)に示した数の虚音源を作成が必要となるが、総壁面数や最大反射次数が多い場合には、一般的にその多くは有効でない虚音源であることが多く、計算効率が悪いという欠点がある。

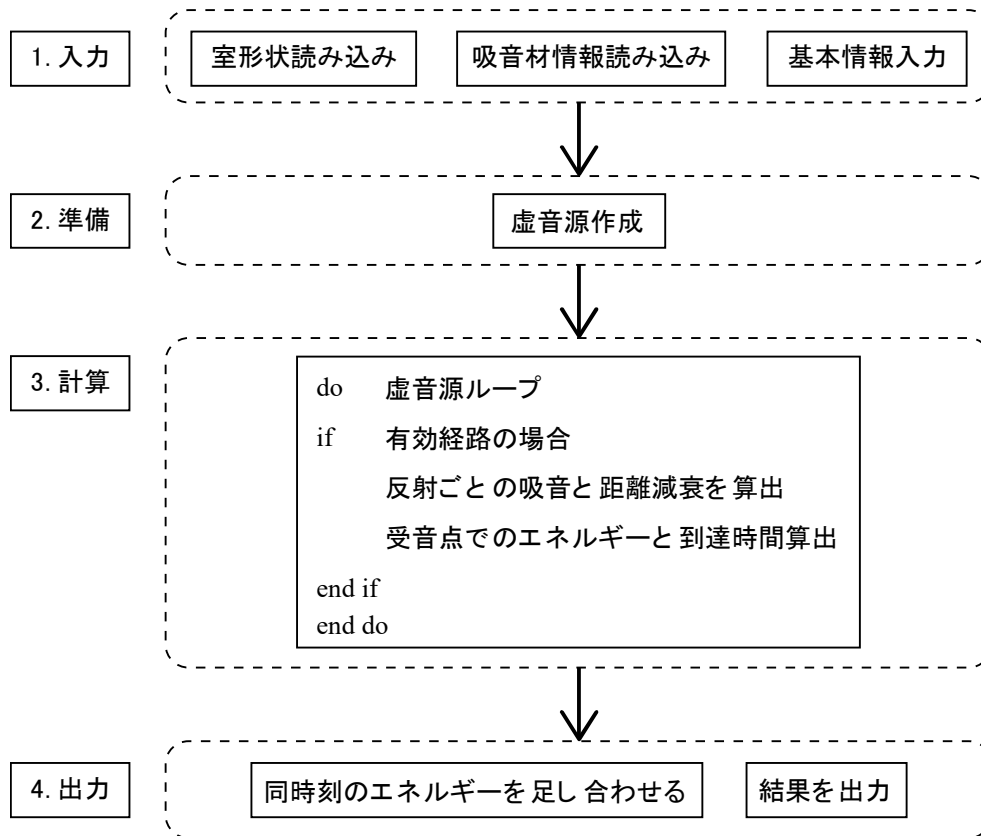


Fig. 2.15 Flow chart of image source



### 2.2.3 バックトレース法 [14]

バックトレース法とは、音線法と虚像法を組み合わせることにより、音線法の誤差を少なくし、かつ、虚像法の計算効率の悪さを補う手法である。

#### (1) 計算手順

Fig. 2.16 にバックトレース法のフローチャートを示す(プログラムの表記は Fortran に準ずる)。まず、音線法によって反射経路のみを抽出し、その反射経路に基づいて虚音源を作成する。その虚音源が有効なものかを判定した後、有効虚音源のみを対象に虚像法により計算を行う。

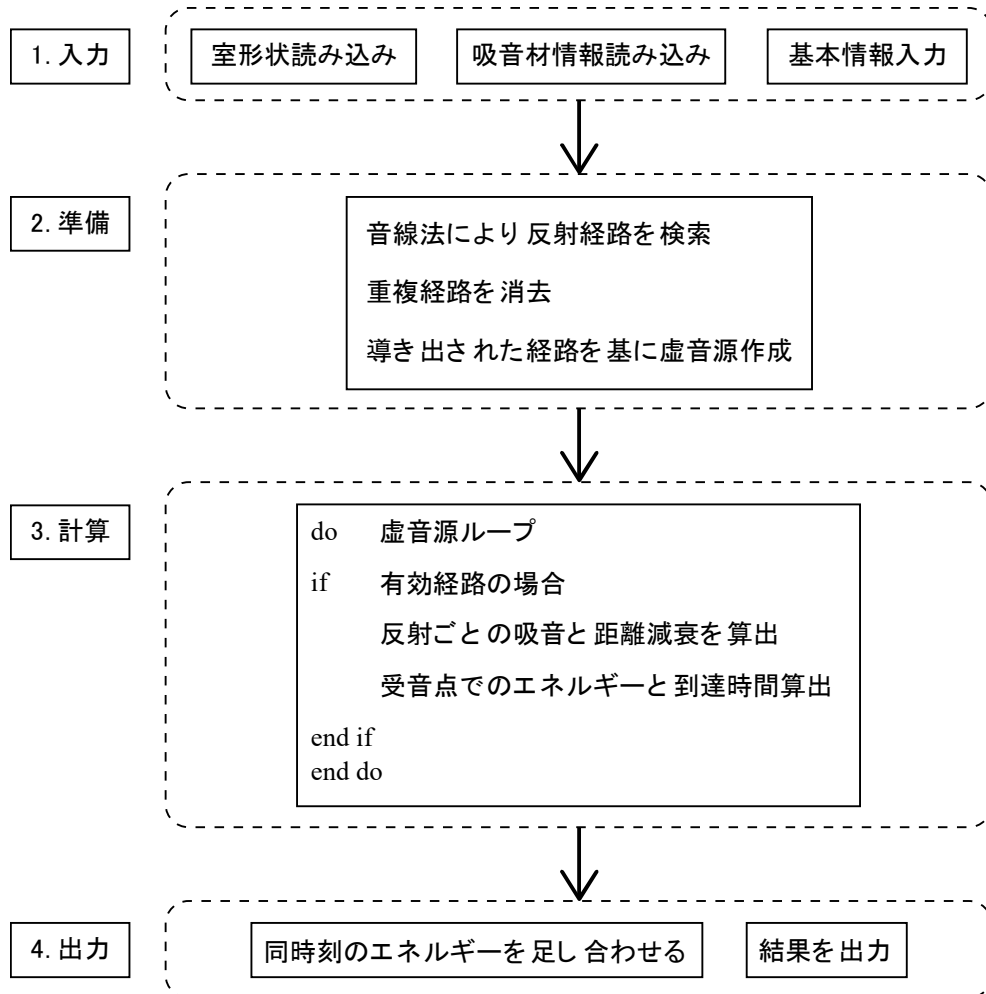


Fig. 2.16 Flow chart of backtracing method

#### (2) 判定

バックトレース法における有効虚音源の判定は、虚像法における有効虚音源の判定ほど複雑なものではなく、音線法によって導き出された反射経路どおりに、虚音源がその反射経路をたどれるかどうかで判定を行う。Fig. 2.17 は音線法によって 1→4 という反射経路を通して受音しており、それに基づいて虚音源を作成し、虚音源と受音点を結ぶと、同じように 1→4 と反射しているので、有効虚音源と判定できる場合を示したものである。Fig. 2.18 は音線法によって 1→8 という反射経路を通して受音しており、それに基づいて虚音源を作成し、虚音源と受音点を結ぶと、1→8 と反射した後に 5 にぶつかっており、音線法によって導かれた反射経路とは異なる反射経路

を通過しているため、無効虚音源と判定される場合を示したものである。

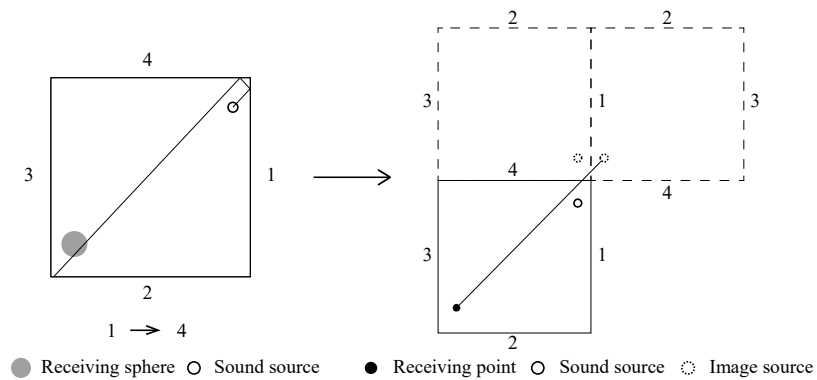


Fig. 2.17 Valid image source

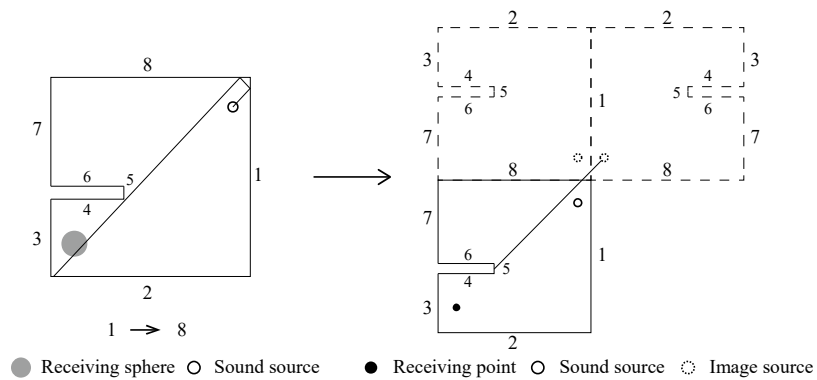


Fig. 2.18 Invalid image source

### (3) 精度

Voländer[14]は、この手法を用いて計算することにより、音線法による受音領域を比較的大きく取り、かつ、音線数を減らしても、計算精度を保持することを示し、計算時間の大幅な短縮が可能になったと報告している。

## 2.3 フィルタ

波動音響理論と幾何音響理論によって求められた計算結果を合成するためには、それぞれの解析理論で対象とする周波数範囲の値のみを抽出する必要がある。そのために用いるのが帯域通過フィルタである。本論文では帯域通過フィルタとして4種類のフィルタを用い、比較する。

### 2.3.1 FIR フィルタ

FIR フィルタとは、Finite Impulse Response フィルタの略で、インパルス応答が有限の長さで終わる、つまりインパルスを入力した時の出力信号が有限時間で0に収束するフィルタのことである。また、FIR フィルタは、デジタル回路でのみ実現可能である。本論文ではギブス現象に起因するリップルを抑制することが可能なハミング窓を採用し、窓関数法により FIR フィルタを設計する。

### 2.3.2 IIR フィルタ

IIR フィルタとは、Infinite Impulse Response フィルタの略で、FIR フィルタとは反対にインパルス応答が無限に続くものであり、理想的なフィルタ形状をアナログ回路で近似したフィルタである。また、IIR フィルタの代表的な種類として、バターワースフィルタ、チェビシェフフィルタがあげられる。バターワースフィルタは、フィルタ回路の一種で、通過帯域が数学的に可能な限り平坦、つまりリップルが生じない周波数特性となるように設計されたフィルタである。チェビシェフフィルタはバターワースフィルタに比べると、ロールオフが急勾配であるが、リップルが生じることが特徴であり、チェビシェフフィルタは、通過帯域にリップルがある（I型）場合と、除去帯域にリップルがある（II型）場合がある。本論文では、IIR フィルタとしてこれら3種類のフィルタを用いる。

## 2.4 逆フィルタ [15]

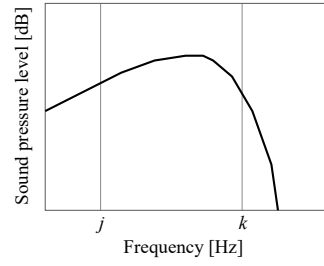
2.3節で述べた帯域通過フィルタ以外にも 2.1.1 項で述べた、FDTD 法の計算において、音源にガウシアンパルスを与えてインパルス応答を求めるための、逆フィルタを用いる。逆フィルタとは伝達関数の逆特性を持つフィルタのことで、周波数を $\omega$ 、伝達関数を $G(\omega)$ とすると、逆フィルタの特性は

$$H(\omega) = \frac{1}{G(\omega)} \quad (2.39)$$

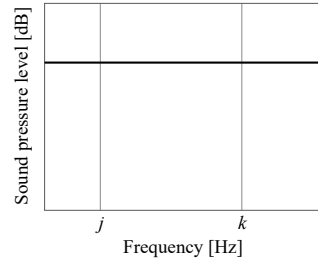
と表される。逆フィルタをかけることで、変形してしまった信号を元に戻すことができる。FDTD 法の計算において、音源としてガウシアンパルスを考えるが、これは体積速度として与えられる。それによって生じる対象周波数範囲の音圧の伝達関数は平坦にはならない。そのため、FDTD 法でインパルス応答を得るためには、対象周波数範囲の音圧の伝達関数が平坦な特性となるように逆フィルタをかける必要がある。手順としては、音場に音源を与えたときの対象周波数範囲の音圧の伝達関数が平坦になるような逆フィルタを生成し、求めた計算結果にその逆フィルタをかけることで、FDTD 法でもインパルス応答を求めることができる。Fig. 2.19 に逆フィルタを生成する際の流れを示す。

Target frequency range  
 $j \sim k$  Hz

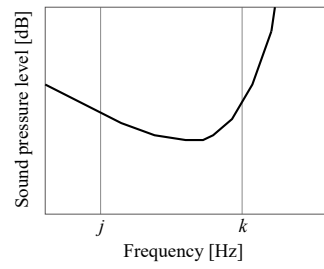
Frequency response of the gaussian pulse



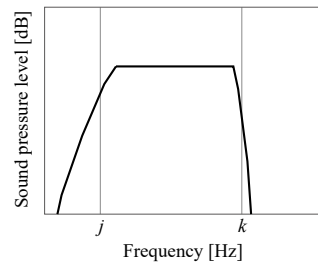
Frequency response of the impulse



Take the inverse number



Filtered



Multiply

Inverse filter

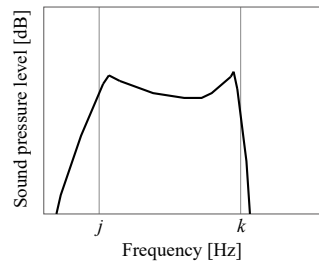


Fig. 2.19 Flow chart of inverse filter

## 2.5 ハイブリッド解析

本論文で提案するハイブリッド解析手法は、ある周波数を境に幾何音響理論と波動音響理論に基づく計算結果を合成する。本論文では幾何音響理論に基づく解析手法としてバックトレース法、波動音響理論に基づく解析手法としてFDTD法を用いている。これらをクロスオーバー周波数で結合するが、インパルス応答を求めるためにはバックトレース法の結果にはフーリエ逆変換が、FDTD法の結果には逆フィルタをかける必要がある。

まず、FDTD法の結果かける逆フィルタを作るために、対象空間を計算したFDTD法で用いたものと同じ空間離散化幅、時間離散化幅、音源波形、時間長を条件とし、自由空間を対象としたFDTD解析を行う。また、この自由空間での結果をサンプリング周波数で再サンプリングする。さらに、逆フィルタに帯域制限フィルタをかけることで安定な逆フィルタを作成する。

次に、バックトレース法の結果をフーリエ逆変換する。まず、

$$p = \sum_{n=1}^N \sqrt{E_n} \frac{e^{ikr_n}}{r_n} \quad (2.40)$$

から周波数特性を算出する。クロスオーバー周波数以下の情報を削除するため、この周波数特性に帯域制限フィルタをかける。この帯域制限フィルタについてはFDTD法の処理に採用したものと同一ものを選択する。さらに、得られた結果をフーリエ逆変換し、時間領域にする。

これらの処理でFDTD法、バックトレース法それぞれの帯域制限されたインパルス応答が求まったことになる。しかし、FDTD法で入力に使ったガウシアンパルスのエネルギーの大きさと、バックトレース法で入力したインパルスの大きさが異なるため、単純に足し合わせることができない。そこで、再び自由空間を対象としたFDTD解析を行う必要がある。またそれと同じ音源、受音点位置を考え、バックトレース法による解析を行う。これらの結果から振幅の算術平均値を求め、比を得る。この比でインパルス応答を補正し、二つの手法を足し合わせることで、ハイブリッド解析のインパルス応答を算出する。

以上がハイブリッド解析の手順である。Fig.2.20にハイブリッド解析のフローチャートを示す。

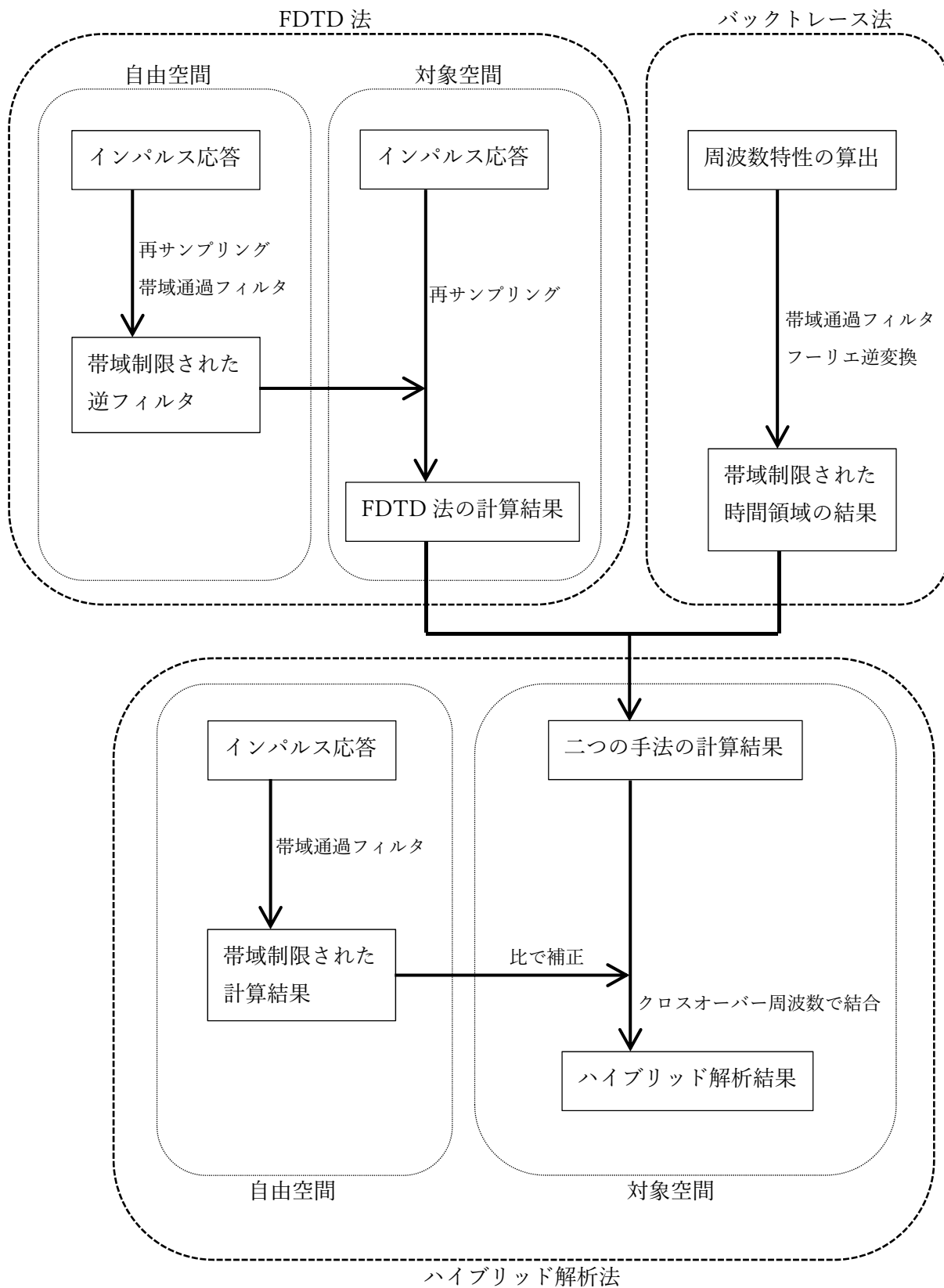


Fig.2.20 Flow chart of hybrid analysis

### 第3章 結果

それぞれのフィルタを用いた時のハイブリッド解析の結果をグラフに示す。本論文では、フィルタによる影響に焦点を当てるため、壁や障害物のない自由空間をモデルとし、その周波数特性の結果を比較することとする。なお、便宜上、音源は自由空間中の(0.954, 0.942, 0.938)の位置、受音点は(0.05, 0.05, 0.05)位置に配置することとする。バックトレース法、ならびに、FDTD法を用いて自由空間中の直接音の音波伝搬を計算し、それらを前章の方法に従って合成している。したがって、以下に示す結果はハイブリッド処理、特に帯域通過フィルタによる影響のみを抽出したものである。

#### 3.1 FIR フィルタ

本論文では、Hamming 窓を採用し窓関数法により FIR フィルタを設計する。また、フィルタ長については、時間領域、周波数領域の両方で妥当と思われる結果が得られる十分な長さを設定し、サンプリング周波数は 12000[Hz]とする。Fig.3.1 に FIR フィルタの周波数特性のグラフ、Fig.3.2 に結合部分である 800Hz 付近を拡大したグラフを示す。Fig.3.2 を見ると 800Hz 付近で少しのリップルは確認されるが、この差は 0.1dB 以下となっていることがわかる。

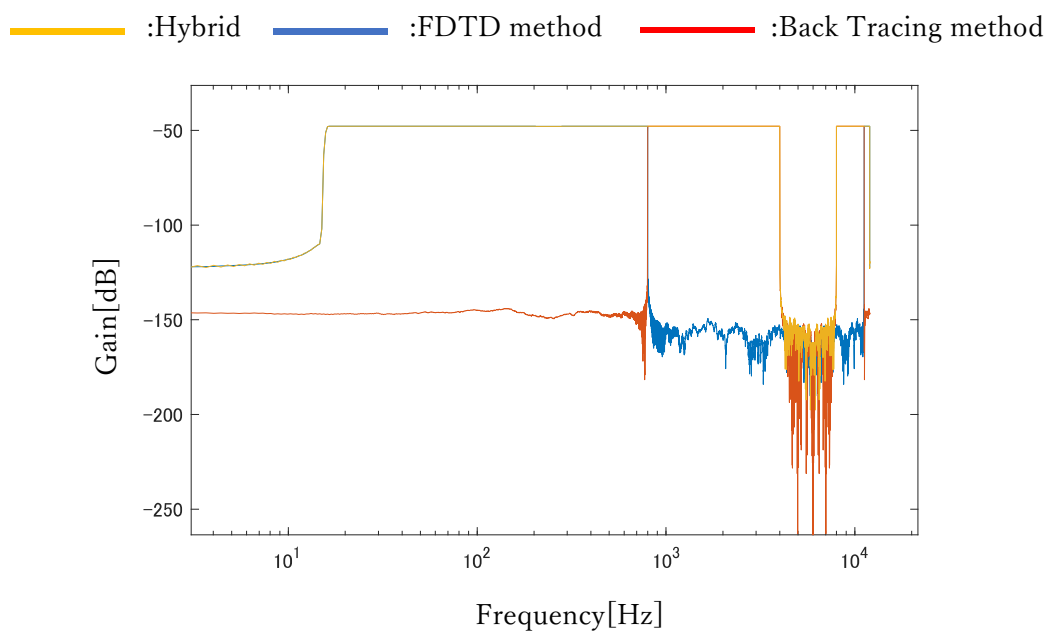


Fig.3.1 Frequency domain of FIR filter



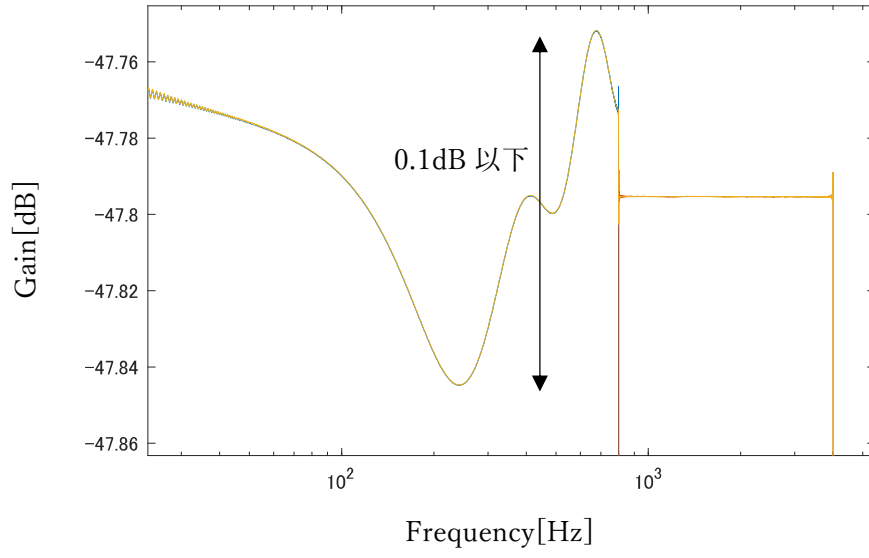


Fig.3.2 Frequency domain of FIR filter enlarged around 800Hz

## 3.2 IIR フィルタ

### 3.2.1 バタワースフィルタ

バタワースフィルタは次数が無大に近づくと、利得は矩形関数となり、次数が小さいほど遮断は緩やかとなるが、本論文で用いるバタワースフィルタの次数は 3 次とする。 Fig.3.2 にバタワースフィルタの周波数特性のグラフ、 Fig.3.4 にその 800Hz 付近を拡大したグラフを示す。バタワースフィルタには通過帯域が可能な限り平坦となるように設計されているという特徴があるため、 Fig.3.1 と比較すると全体的なりップルは少なくなっているが、ロールオフが緩やかになっていることが読み取れる。また、 Fig.3.4 と見ると 1.0dB 程度の波打ちが確認される。

— :Hybrid — :FDTD method — :Back Tracing method

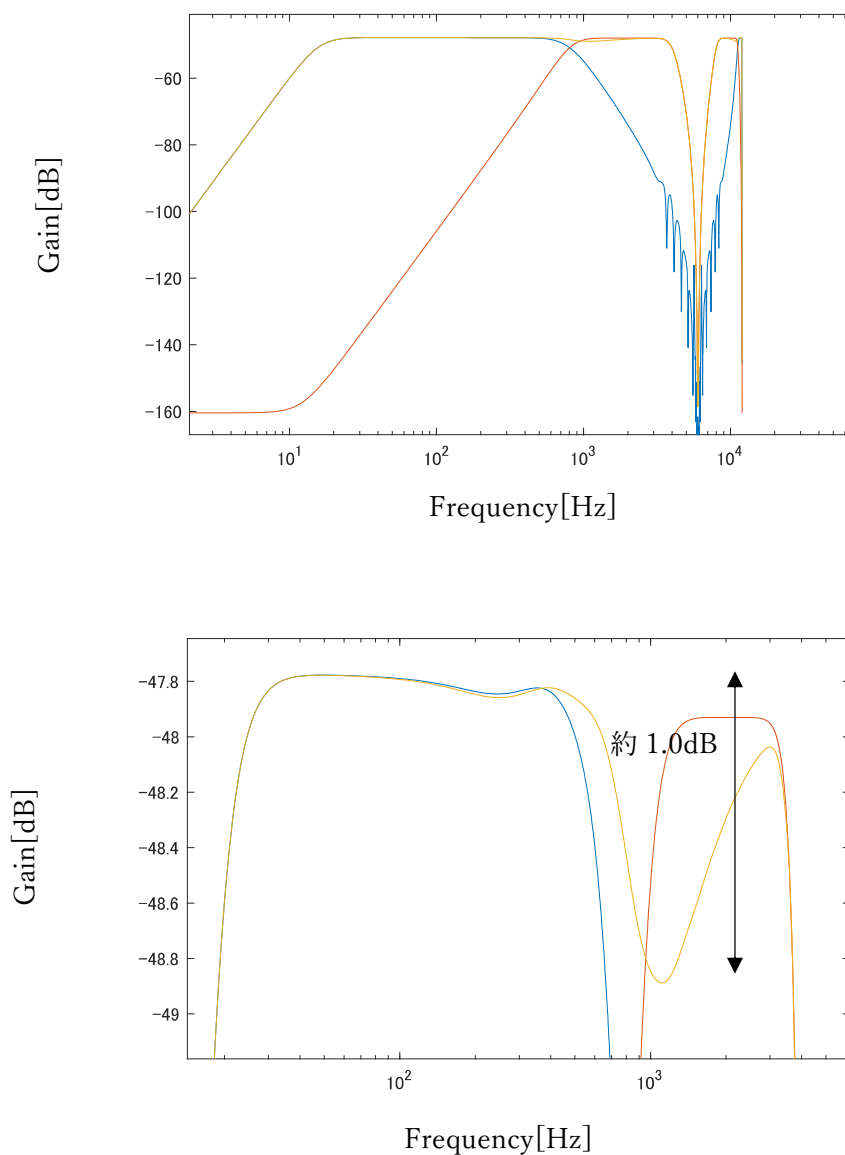


Fig.3.3 Frequency domain of Butterworth filter enlarged around 800Hz

### 3.2.2 チェビシェフフィルタ

チェビシェフフィルタの次数は、アナログ回路でフィルタを実装した時のリアクタンス部品の個数に等しく、本論文では3次とする。また、リップルは、

$$\text{リップル[dB]} = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2}} \quad (3.1)$$

であらわされ、リップル係数  $\epsilon = 1$  のときリップルは3 dB となる。本論文では、リップルを1 dB と設定する。

Fig.3.5 にチェビシェフ I 型フィルタの周波数特性のグラフ、Fig.3.6 にその 800Hz 付近を拡大したグラフ、Fig.3.7 にチェビシェフ 1 II 型フィルタの周波数特性のグラフを示す。チェビシェフフィルタは、バターースフィルタよりもロールオフが急勾配であるという特徴を持っているが、Fig.3.5 と Fig.3.3 を比較すると大きな差は現れていない。Fig.3.6 を見ると、800Hz 付近は滑らかに結合されておらず、約 5.0 dB の差があることがわかる。Fig.3.7 からはフィルタ設計が適切ではなく、正常な帯域通過特性が得られていないことがわかる。

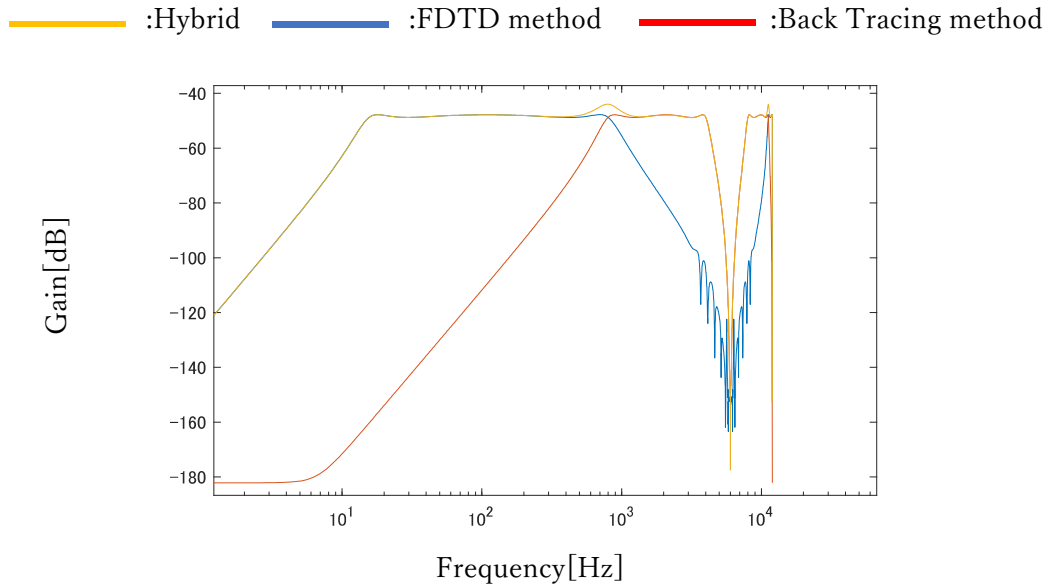


Fig.3.5 Frequency domain of Chebyshev filter (type I)

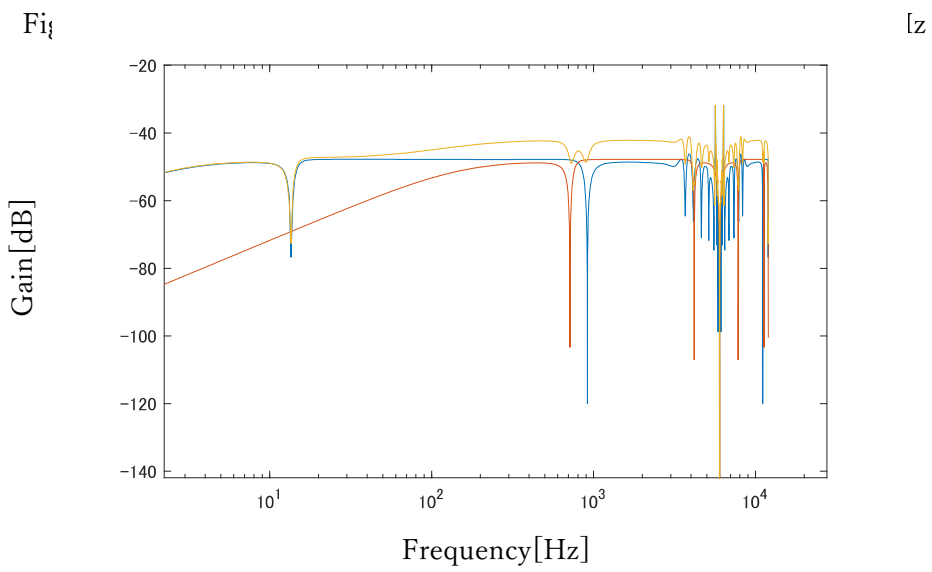
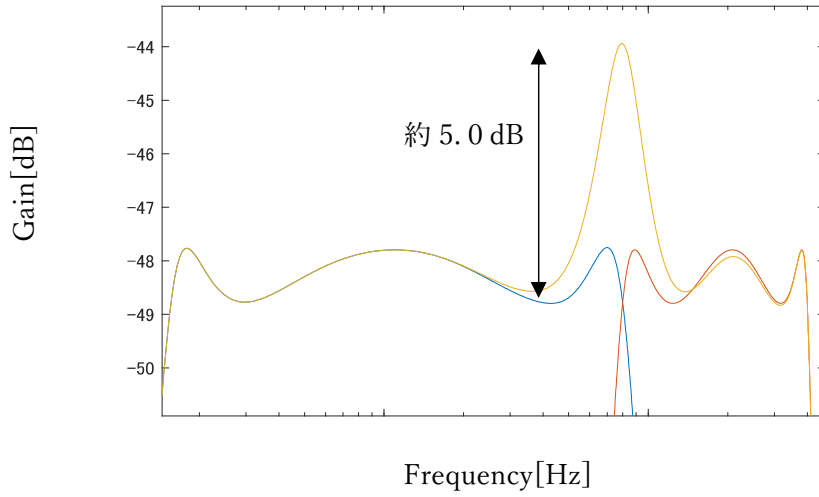


Fig.3.7 Frequency domain of Chebyshev filter (type II)

## 第4章 考察

FIR フィルタの場合、結合部分はかなり滑らかに結合されているがリップルやギブス現象による影響があることが確認される。そのため、通過帯域が可能な限り平坦な周波数特性となるように設計されている IIR フィルタでの研究を行い、リップルによる影響を抑制したが、結合部分の滑らかさをみると FIR フィルタの方が本研究には適していると考えられる。しかし、リアルタイム処理が必要であることを条件とした場合、すなわち、負の時間の応答を欠損させた場合、FIR フィルタはかなりリップルによる影響を受けるという結果が得られた(Fig.4.1)ため、条件によっては IIR フィルタが適している場合もあると考えられる。

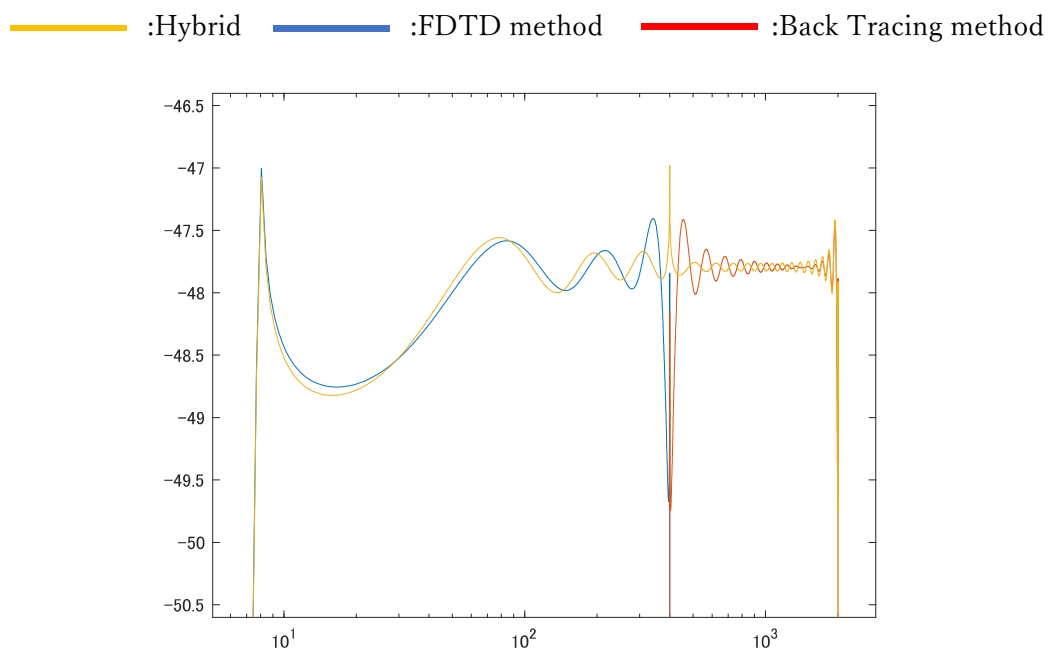


Fig.4.1 Frequency domain of FIR filter when real-time processing is required

## 第5章 結論

本研究では、二つの手法を合成するために必要である帯域通過フィルタを改善することで、大規模空間におけるハイブリッド音場解析の計算結果をより正確なものにすることを目的とした。結論として、FIR フィルタを用いることが適切であるという結果を得ることができた。また、本研究ではリアルタイム処理が不要な条件の元で研究を行ったが、リアルタイム処理が必要な場合には IIR フィルタのひとつであるバターワースフィルタを用いることが適切であると考えられる。

## 参考文献

- [1] E.Granier, et. al.: “Experimental acoustics of car audio installations,” J. Audio Eng. Soc., 44, 835-849, 1996.
- [2] 文屋信太郎, 吉村忍: “開領域伝搬音過渡解析のための幾何音響・波動音響結合解法”, 日本音響学会誌, 58(12), 737-744, 2002.
- [3] 坂吉佑太: “幾何音響理論と波動音響理論を用いた大規模空間のハイブリッド音場解析に関する研究”, 関西大学卒業論文, 2016.
- [4] 日本建築学会編: “音環境の数値シミュレーション-波動音響解析の技術と応用-”, 丸善, 東京, 2011.
- [5] 豊田政弘: “FDTD法で視る音の世界”, コロナ社, 東京, 2015.
- [6] 千葉修, 柏達也, 霜田英麿, 鏡慎, 深井一郎: “リープフロッグアルゴリズムに基づく時間依存差分法による音場解析”, 日本音響学会誌, 49(8), 551-562, 1993.
- [7] 鶴秀生, 岩津玲磨: “差分法によるインパルス応答の効率的計算手法”, 日本音響学会春季研究発表会講演論文集, 1055-1058, 2009.
- [8] J. -P. Berenger: “A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves”, J. Comput. Phys., 114(2), 185-200, 1994.
- [9] W. C. Chew and Q. H. Liu: “Perfectly matched layer for elastodynamics: a new absorbing boundary condition”, J. Comput. Acoust., 4(4), 341-359, 1996.
- [10] 日本建築学会編: “はじめての音響数値シミュレーションプログラミングガイド”, コロナ社, 東京, 2012.
- [11] 鈴木広隆, 平手小太郎, 安岡正人: “軸対称等立体角 26 面体を用いた全方位の離散化-方向別に定義された物理量の可視化のための一提案-”, 図学研究, 36(1), 3-9, 2002.
- [12] 小林愛佳: “幾何音響理論の改善”, 関西大学卒業論文, 2019.
- [13] J. Borish: “Extension of the image model to arbitrary polyhedral”, J. Acoust. Soc. Am., 75(6), 1827-1836, 1984.
- [14] Michael Vorländer: “Simulation of the transient and steady-state sound propagation in rooms using a new combined ray-tracing/image-source algorithm”, J. Acoust. Soc. Am., 86(1), 172-178, 1989.
- [15] 谷萩隆嗣: “デジタルフィルタと信号処理”, コロナ社, 東京, 2001.