

# 音響メタマテリアルを使った防音効果の研究

関西大学 環境都市工学部 建築学科

建築環境工学第I研究室

建17-04 石原 優大

指導教員 豊田 政弘 准教授

# 目次

1. 序論	
1.1 既往研究 .....	1
1.2 研究目的 .....	1
2. 研究方法	
2.1 解析方法 .....	2
2.2 解析条件 .....	2
2.3 解析モデル .....	3
2.4 計算方法 .....	5
3. 結果と考察	
3.1 板のみの場合	
3.1.1 板の厚さを変えた透過損失の比較 .....	10
3.1.2 板の大きさを変えた透過損失の比較 .....	11
3.1.3 板の材質を変えた透過損失の比較 .....	12
3.2 板にリブを付けた場合	
3.2.1 板の材質を変えた透過損失の比較 .....	13
3.2.2 板の厚さを変えた透過損失の比較 .....	14
3.2.3 リブの有無での比較 .....	15
3.2.4 板とリブが振動しない場合での比較 .....	16
3.2.5 リブを2枚の板で挟んだものとの比較 .....	17
4. おわりに .....	18
参考文献 .....	19

# 1. 序論

## 1. 1 既存研究

日産自動車株式会社（以下、日産）は周期的な格子構造とフィルムを組み合わせたシンプルな構造の遮音材を開発した[1]。入射音に対してタイミングよく膜が震えることによって音を効率的に跳ね返す、軽量な音響メタマテリアルである[2]。音が伝わる際の空気の振動状態を材料が制御し、音の透過を抑制することで、ロードノイズやエンジン音など、車内に入ってくる自動車特有の騒音を広い周波数帯（500～1200 Hz）で効果的に遮ることが出来るものとなっている。

## 1. 2 研究目的

従来、遮音には主にゴム板などの重い板材が使われてきたが、日産が開発した遮音材は材料を軽いものにし軽量化を図ったものとなっている。そこで、本研究では材料が重いものであってもよいので、強度を増し、できるだけ薄く、建築向けにこの音響メタマテリアルを利用できるようにすることが目的である。

## 2. 研究方法・研究条件

### 2. 1 解析方法

本研究では、プログラミング言語として Fortran と MATLAB を用いて計算を行う。まず、解析によってダクト内の単一板の透過損失を求める。そこで、板が小さくなるにつれ透過損失が向上することを確認する。その後、板を小さくすることによる透過損失向上をある程度の大きさの板で実現するために、板にリブを設置して、リブ間に小さな板とみなせる領域を作るを試みる。

### 2. 2 解析条件

本研究では、まずダクト内に一つの板があるとして透過損失を計算する。その後、板にリブを付けたものを計算する。リブが無い場合には解析解を、リブがある場合には数値解を得る。リブはスチールとし、板は様々な材料を比べて決めるものとする。その他の条件は、2. 3の解析モデルに示すものとする。

### 2. 3 解析モデル

図1はダクト内に一枚の板を置いたものを表した図である。様々な板の厚さ、大きさ、材料を検討する。

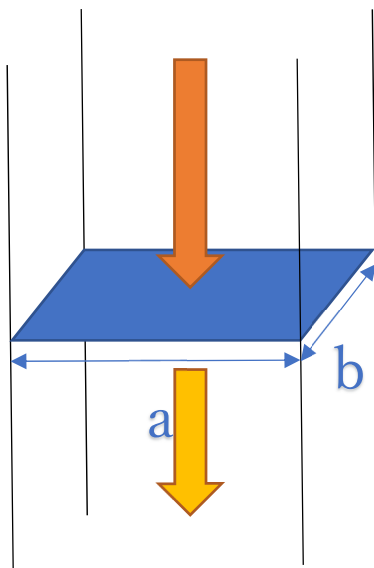


図1 ダクト内の単板のモデル

図2は上の図1のものに、リブを付けたものとなっている。ここでは、リブをスチールとする。

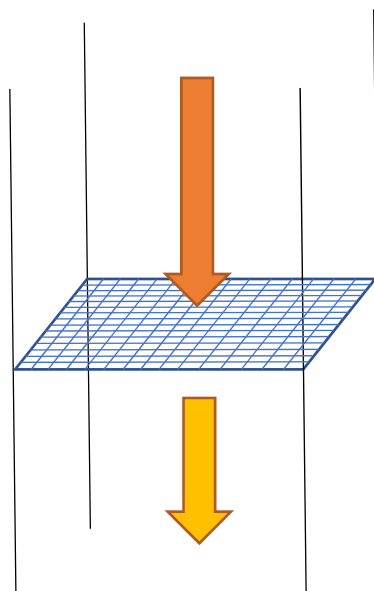


図2 ダクト内の単板にリブを付けたもののモデル

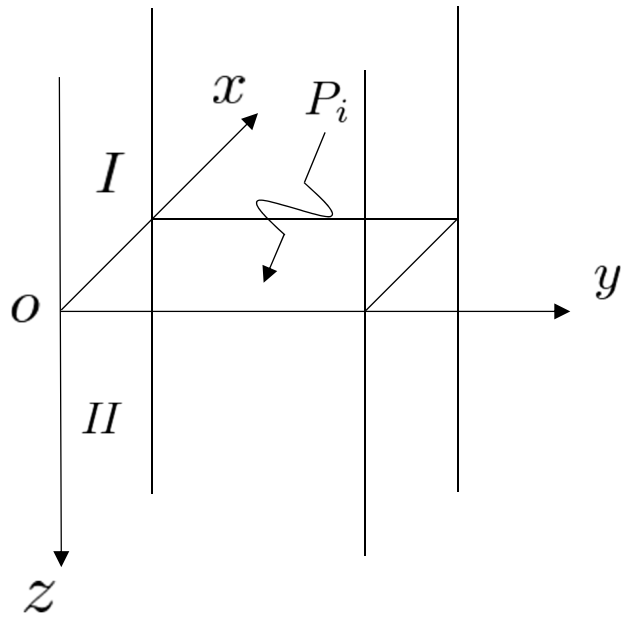


図3 ダクト内の解析モデル

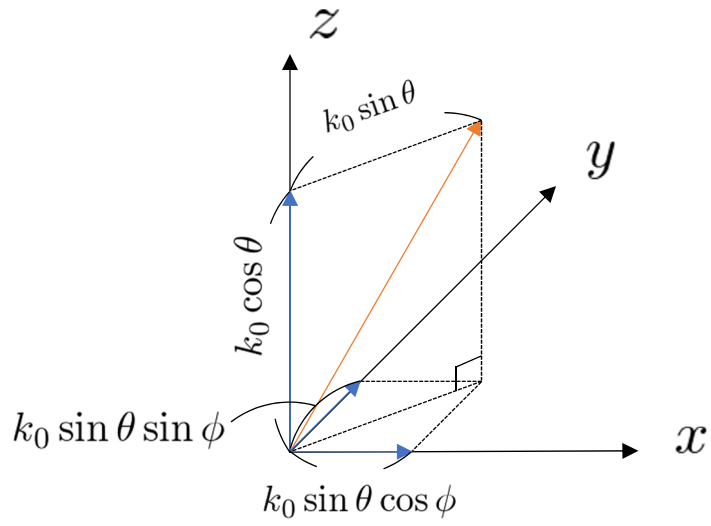


図4 入射  $k_0$  の3次元のベクトル分解

## 2. 4 ダクト内単板の透過損失の計算方法

図1、図3に解析モデルを示す。板の端はピン支持とする。板に入射する音圧を  $P_i$  とすると、入射波は

$$P_i = 1e^{ik_0(\sin \theta \cos \phi x + \sin \theta \sin \phi y + \cos \theta z)} \quad (1)$$

となる。入射角は図4に示す。

板の振動方程式は

$$D\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)^2 w(x, y) - \rho h \omega^2 w(x, y) = P_1(x, y, 0) - P_2(x, y, 0) \quad (2)$$

を考える。ここで、 $D$  : 曲げ剛性[N/m]、 $w$  : 変位[m]、 $\rho$  : 板材密度[kg/m<sup>3</sup>]、 $h$  : 板厚[m]、 $\omega$  : 角周波数[rad/s]、 $P_1, P_2$  : 図3で示す各層の音圧[N]である。

また、波動方程式からダクト内の音圧は

$$\phi(x, y, z) = \sum_{mn} [\phi_{mn}^+ e^{ik_{gmn}z} + \phi_{mn}^- e^{-ik_{gmn}z}] \psi_{mn}(x, y) \quad (3)$$

と書ける。ここで、 $\phi_{mn}^+ e^{ik_{gmn}z}$  は +Z 方向の波、 $\phi_{mn}^- e^{-ik_{gmn}z}$  は -Z 方向の波で  $\phi_{mn}^+, \phi_{mn}^-$  が未知数である。また、 $\psi_{mn}(x, y)$  は、

$$\psi_{mn}(x, y) = \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (4)$$

である。一方、 $k_{gmn}$  は下記によって計算される。

$$k_{fmn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$$k_{gmn} = \begin{cases} k_0 \sqrt{1 - \left(\frac{k_{fmn}}{k_0}\right)^2} & (k_0 \geq k_{fmn}) \\ ik_0 \sqrt{\left(\frac{k_{fmn}}{k_0}\right)^2 - 1} & (k_0 < k_{fmn}) \end{cases} \quad (5)$$

変位  $w$  と音圧  $P_i$  を固有関数展開すると、

$$w(x, y) = \sum_{mn} W_{mn} \psi_{mn}(x, y) \quad (6)$$

$$P_i(x, y, z) = \sum_{mn} I_{mn} e^{ik_o \cos \theta z} \phi_{mn}(x, y) \quad (7)$$

となる。各層での音圧、粒子速度は

$$\begin{cases} P_1(x, y, z) = \sum_{mn} [I_{mn} e^{ik_o \cos \theta z} + P_{1mn}^- e^{-k_{gmn} z}] \psi_{mn}(x, y) \\ P_2(x, y, z) = \sum_{mn} [P_{2mn}^+ e^{ik_{gmn} z}] \psi_{mn}(x, y) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} v_1(x, y, z) = \sum_{mn} \frac{1}{\rho_0 \omega} [k_0 \cos \theta I_{mn} e^{ik_o \cos \theta z} - k_{gmn} P_{1mn}^- e^{-k_{gmn} z}] \psi_{mn}(x, y) \\ v_2(x, y, z) = \sum_{mn} \frac{1}{\rho_0 \omega} [k_{gmn} P_{2mn}^+ e^{ik_{gmn} z}] \psi_{mn}(x, y) \end{cases} \quad (9)$$

と表せる。ここで、 $\rho_0$  : 空気密度  $1.2[\text{kg}/\text{m}^3]$  とする。(2)式の右辺を0として、(6)式を代入すると、板の固有角振動数は、

$$D \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^2 \sum_{mn} W_{mn} \psi_{mn}(x, y) - \rho h \omega_{mn}^2 \sum_{mn} W_{mn} \psi_{mn}(x, y) = 0 \quad (10)$$

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{D}{\rho h} \left\{ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\}}$$

となり、 $\left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2$  を置き換え、

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{D}{\rho h} k_{fmn}^2} \quad (11)$$

と表せる。また、(2)式に(8),(10)式を代入すると、

$$\rho h (\omega_{mn}^2 - \omega^2) W_{mn} = I_{mn} + P_{1mn}^- - P_{2mn}^+ \quad (12)$$



となり、(7)式の両辺に  $\psi_{m'n'}(x, y)$  をかけ、  $0 \leq x \leq a$  ,  $0 \leq y \leq b$  で積分すると、

$$I_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^b \int_0^a \frac{P_i(x, y, z)}{e^{ik_0 \cos \theta z}} \psi_{mn}(x, y) dx dy$$

$$= \frac{4}{ab} \frac{(-1)^{m+1} e^{ik_0 \sin \theta \cos \phi a} + 1}{\frac{m\pi}{a} - \frac{a}{m\pi} k_0^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi} \frac{(-1)^{n+1} e^{ik_0 \sin \theta \sin \phi b} + 1}{\frac{n\pi}{b} - \frac{b}{n\pi} k_0^2 \sin^2 \theta \sin^2 \phi}$$
(13)

となる。ここで、境界条件は振動速度  $\frac{\partial w}{\partial t} = -i\omega w$  を用いて、

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1(x, y, 0) = -i\omega W(x, y) \end{array} \right. \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1(x, y, 0) = v_2(x, y, 0) \end{array} \right. \quad (15)$$

となる。(14)式の左辺に(9)式を、右辺に(6)式を代入すると、

$$\frac{1}{\rho_0 \omega} [k_0 \cos \theta I_{mn} - k_{gmn} P_{1mn}^-] = -i\omega W_{mn} \quad (16)$$

となる。次に(15)式に(9)の各層の式をそれぞれ代入すると、

$$\frac{1}{\rho_0 \omega} [k_0 \cos \theta I_{mn} - k_{gmn} P_{1mn}^-] = \frac{1}{\rho_0 \omega} [k_{gmn} P_{2mn}^+] \quad (17)$$

となる。ここで、

$$O_{bmn} = \frac{\rho h (W_{mn}^2 - \omega^2)}{i\omega} \quad K_{mn} = \frac{k_{gmn}}{\rho_0 \omega} \quad K_\theta = \frac{k_0 \cos \theta}{\rho_0 \omega}$$

とすると、(12)式より

$$i\omega W = \frac{1}{O_{bmn}} (I + P_1^- - P_2^+) \quad (18)$$

となり、(16),(17),(18)式より

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{\theta}I_{mn} - K_{mn}P_1^- = -\frac{1}{O_{bmn}}(I_{mn} + P_1^- - P_2^+) \\ K_{\theta}I_{mn} - K_{mn}P_1^- = K_{mn}P_2^+ \end{array} \right. \quad (19)$$

となり、(20)式より、

$$P_1^- = -P_2^+ \frac{K_{\theta}}{K_{mn}} I_{mn} \quad (21)$$

となる。未知数  $P_2^+$  を求めるため、(19)式に(21)式を代入すると、

$$O_{bmn}K_{mn}P_2^+ = -I_{mn} - \left(-P_2^+ + \frac{K_{\theta}}{K_{mn}}I_{mn}\right) + P_2^+$$

$$P_2^+ = \frac{1 + \frac{K_{\theta}}{K_{mn}}}{2 - O_{bmn}K_{mn}} I_{mn} \quad (22)$$

となる。ここからは、透過損失を求める。まず、単位面積あたりのエネルギーである、入射インテンシティ  $I_i$  は

$$I_i(\theta, \phi) = \frac{\cos \theta}{2\rho_0 c_0} \quad (23)$$

となる。ここで、 $C_0$  :音速 340[m/s]とする。また、入射エネルギー  $E_i$  は

$$E_i(\theta, \phi) = \frac{\cos \theta}{2\rho_0 c_0} ab \quad (24)$$

となる。また、透過インテンシティ  $I_t$  は

$$I_t(\theta, \phi, x, y) = \frac{1}{2} \Re\{P_2(x, y, 0)v_2^*(x, y, 0)\} \quad (25)$$

と表され、透過エネルギー  $E_t$  は

$$E_t(\theta, \phi) = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a \Re\{P_2(x, y, 0)v_2^*(x, y, 0)\} dx dy$$

となり、この式に(8),(9)式を代入すると

$$= \frac{ab}{8\rho_0\omega} \sum_{mn} \Re\{k_{gmn}\} |P_{2mn}^+|^2 \quad (26)$$

となり、透過率は透過インテンシティ/入射インテンシティで表されるので、透過損失  $TL$  は、

$$TL(\theta, \phi) = 10 \log_{10} \frac{1}{\tau(\theta, \phi)} = 10 \log_{10} \frac{E_i(\theta, \phi)}{E_t(\theta, \phi)} \quad (27)$$

で計算される。

### 3. 結果と考察

#### 3. 1 板のみの比較

##### 3. 1. 1 板の厚さを変えた透過損失の比較

まずはダクト内の板がどの厚さで透過損失がどのように変化するかというものを比べた。比較内容は 0.25 mm、0.50 mm、1.00 mm の厚さとなっている。ここでは、板の大きさを  $2 \times 2$  [cm] の正方形、板の素材をアクリルとする。

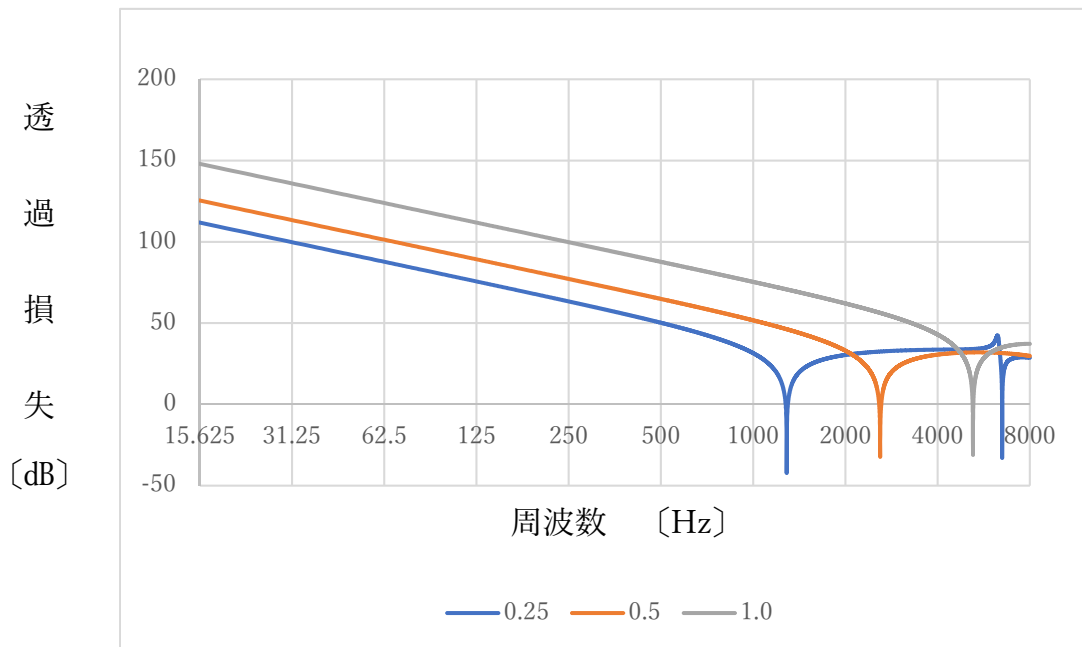


図5 ダクト内の単板の厚みを変えた透過損失の比較

グラフを見ると、板の厚さ厚い方が透過損失が大きいことが分かる。すなわち、防音性能が高いということになる。

### 3. 1. 2 板の大きさを変えた透過損失の比較

板の大きさを変えるとどのように透過損失が変化するかについて比較を行う。比較内容は、 $2 \times 2$ 、 $4 \times 4$ 、 $6 \times 6$ 、 $8 \times 8$  [cm] のすべて正方形での比較となっている。ここでは、板の厚さを 0.50 mm、板の素材はアクリルとする。

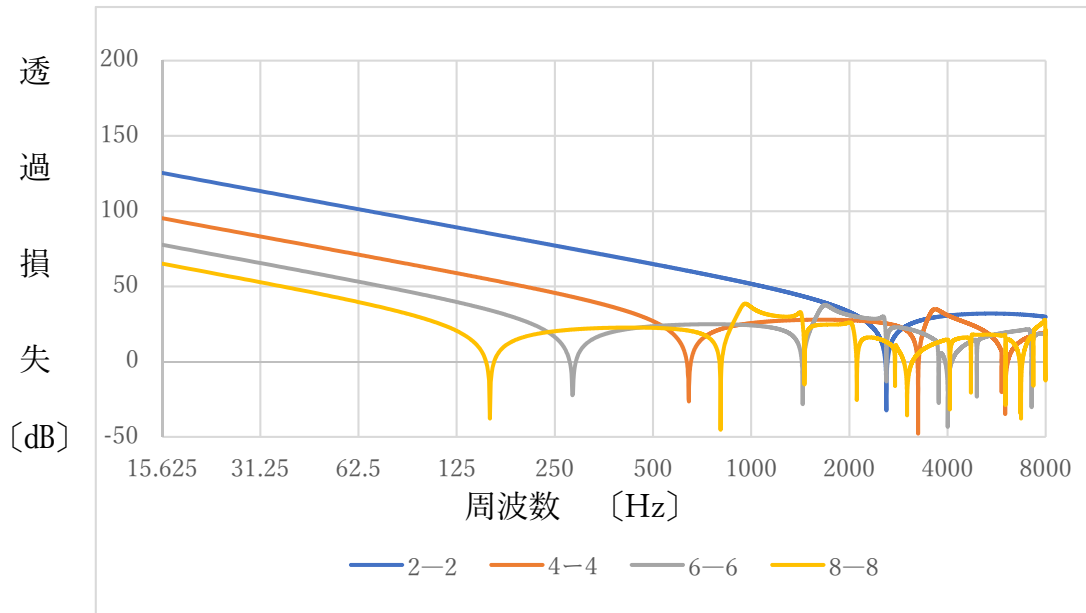


図6 ダクト内の単板の大きさを変えた透過損失の比較

板の大きさを小さくしたときの方が、透過損失が大きく、防音性能が高いことが分かる。ここから、板が固定されている、すなわち振動が少ない方が防音できるということが考えられる。このことから、板にリブを網状に付けることにより、一つ一つの受音面の面積を小さくし、振動を小さくすることが出来れば防音性能を上げられるものと考えられる。

### 3. 1. 3 様々な材料での透過損失の比較

板の材料を変え、どのように透過損失が変化するかについて比較を行う。比較内容は、アクリル、アルミ、石綿セメント、コンクリート、軽量コンクリート、床仕上げ材、ガラス、鉄、ポリスチレン、スチール、石膏、木材、銅の13種類での比較となっている。ここでは、板の大きさを2×2〔cm〕の正方形、厚さを0.50mmとする。

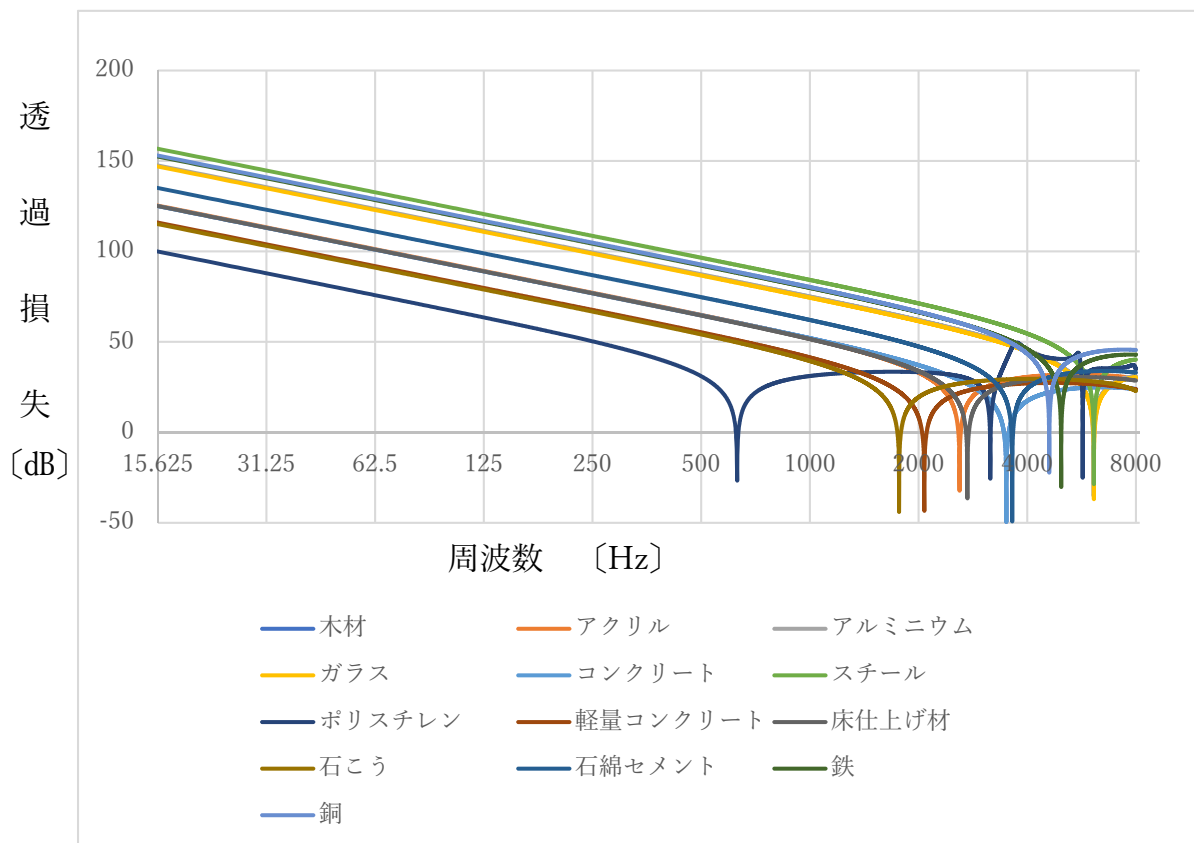


図7 ダクト内の単板の材質を変えた透過損失の比較

ここでは、様々な材質での比較を行った。グラフから読み取れるのは、ポリスチレンが一番防音性能が低く、鋼（スチール）が一番防音性能が高いということである。全体で見ると、ヤング率の関係もあるが、比較的、体積密度が大きいものが透過損失も大きくなっている。このことから、一概には言えないが、質量を重くすれば、防音性能が上がるということが考えられる。

### 3. 2 板にリブを付けた場合

リブの材質はスチール、板の厚さは 0.50 mm、板の大きさは、30×30〔cm〕の正方形とする。

#### 3. 2. 1 材料による比較

前述で示した、板のみの比較のもと材料を変えて比較する。比較内容は、銅とスチールで行う。ここでは、リブの厚さを 0.50 mm とする。

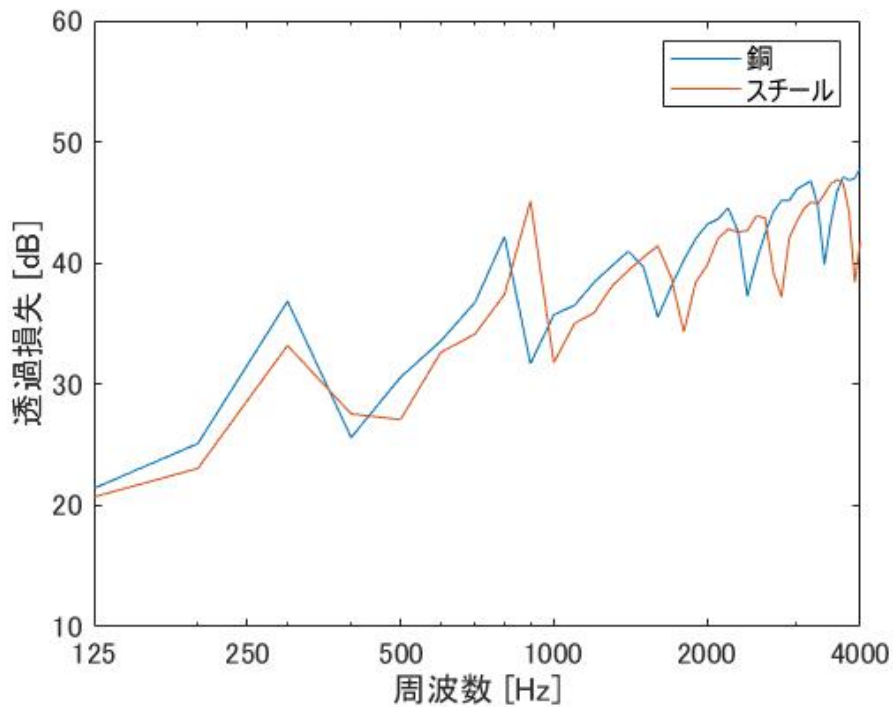


図8 ダクト内の単板にリブを付けた場合の単板の材質を変えた透過損失の比較

ここでは、材質を決めるため、前述での結果を踏まえ銅とスチールで比較を行った。結果としては、体積密度が大きい銅の方が透過損失が大きくなったため、この後の比較では、銅を使うものとする。

### 3. 2. 2 厚さによる比較

リブの大きさ 1.0 mm、4.0 mm に板の厚み 0.5 mm を加えた、1.5 mm、4.5 mm での比較となっている。なお、ここでは 2 種類とも材質は銅である。

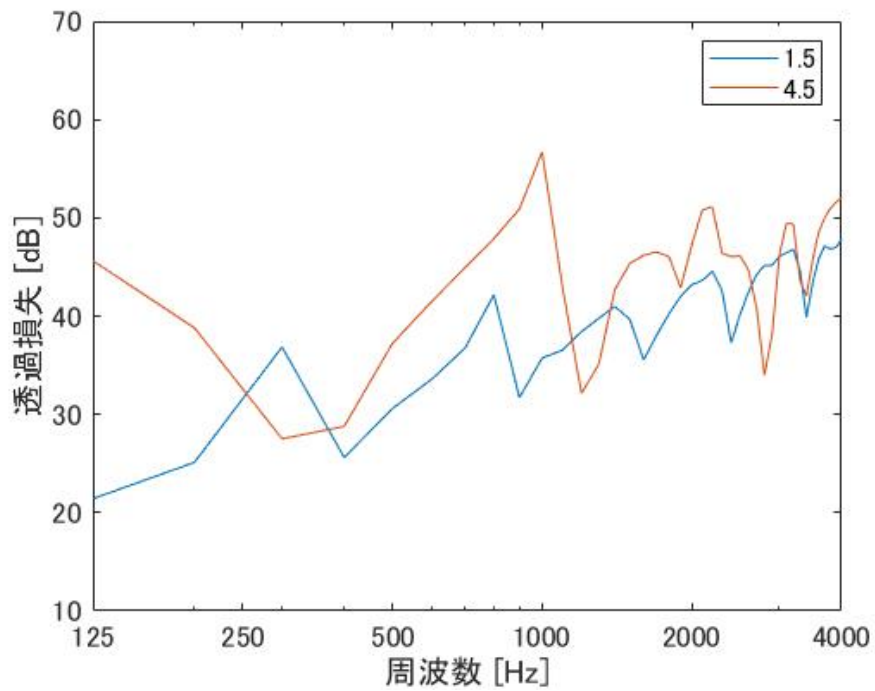


図9 ダクト内の単板にリブを付けた場合の単板の厚みを変えた透過損失の比較

ここでは、板の厚さを変えて比較した。板のみの場合の比較と同様ここでも、板の厚い時の方が、透過損失が大きい、すなわち、防音性能が高いということが分かった。しかし、厚さを分厚くしすぎると、本研究での薄い防音材を目指すという点から、逸れてしまうため、注意が必要である。



### 3. 2. 3 リブの有無

板にリブを付けたものと、リブを付けていないものの比較を行った。厚さはリブを付けたものが銅板 0.5 mm + リブ 1.0 mm = 1.5 mm  
板のみのものは、銅板 1.5 mmと合計の厚さは同じもので比較する。

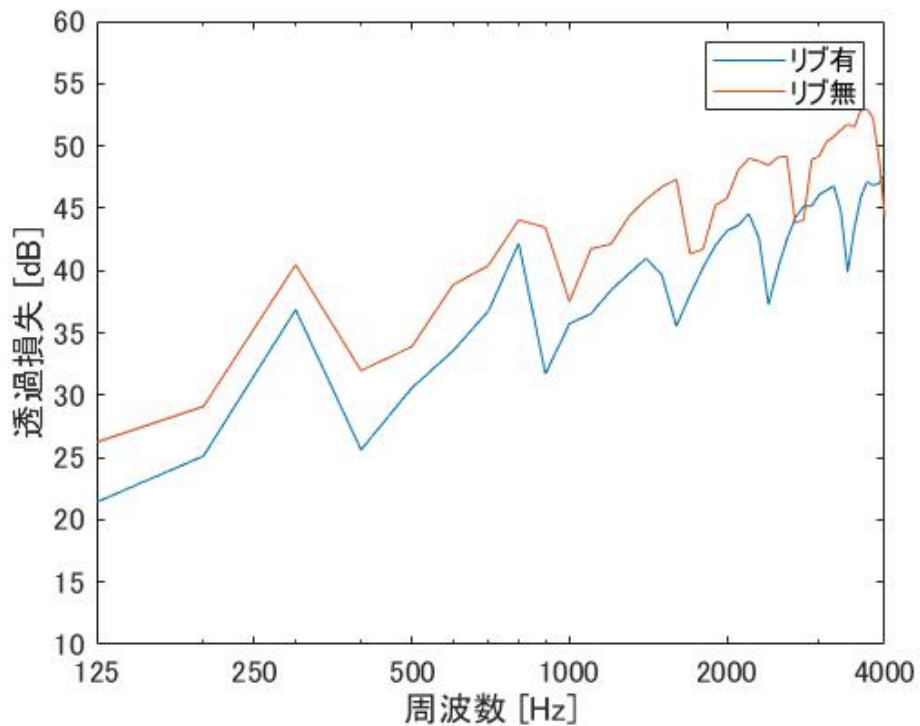


図 10 ダクト内の単板にリブを付けた場合の単板とリブを付けない単板のみの物との透過損失の比較

リブの必要性を確かめるためにこの比較を行ったのだが、同じ厚みでリブのついていない銅板の方が、防音性が高い結果となった。これは、リブを付けることによって、受音面の一つ当たりの表面積を小さくすることを試みたのだが、それがうまく固定されず、振動をより小さくすることが出来ず、防音効果の低下につながってしまったのではないかと考えられる。

### 3. 2. 4 リブが振動しないと仮定したものとの比較

リブを固定し音が入射しても振動をしないものと、リブを固定せず振動するものとを比較した。ここでは、材質を銅、厚みを板 0.5 mm、リブ 1.0 mm の合計 1.5 mm とする。

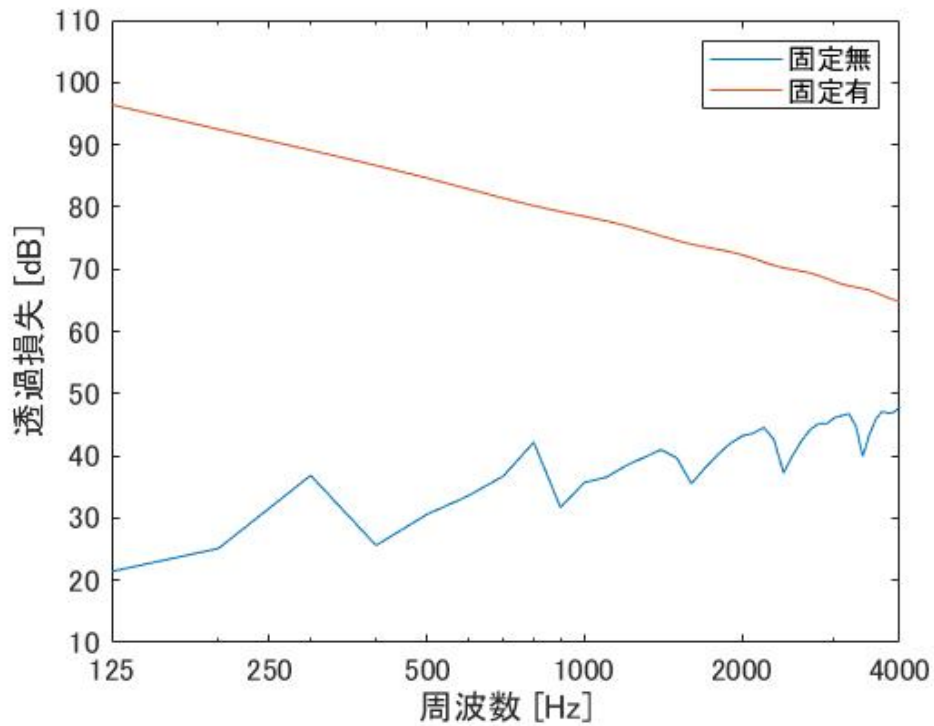


図 11 ダクト内の単板にリブを付けた場合のリブの振動するものと振動しないものとの透過損失の比較

ここでは、2種類ともリブはあるのだが、1つはリブが振動しないものとして固定したもの、もう1つは、リブを固定せず、振動するものを比較したものである。今までのグラフとは違い、リブを固定した方、すなわち振動しない方が明らかに大きな防音性能を示しているのが分かる。このことから、防音には入射を受けるリブの振動が大きくかかわってくる事が考えられる。

### 3. 2. 5 リブを2枚の板で挟んだものとの比較

リブを2枚の板で挟んだものと厚みと同じ単板との比較を行った。厚さは、リブを2枚の板で挟んだものは、銅板 0.5 mm + リブ 1.0 mm + 銅板 0.5 mm = 2.0 mm 板のみのもは、銅板 2.0 mmと合計の厚さは同じもので比較する。

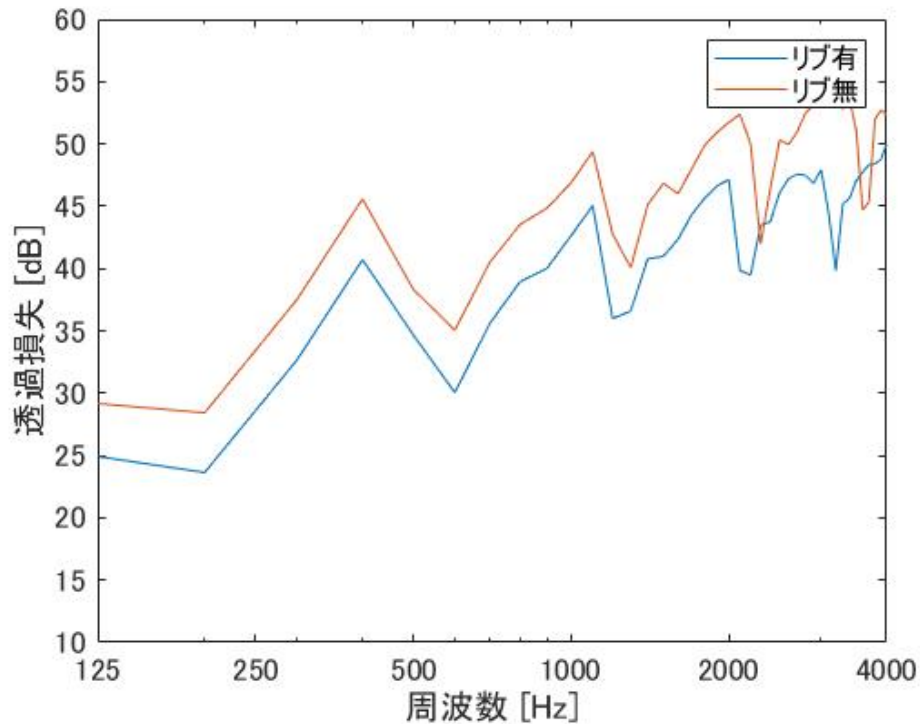


図 12 ダクト内のリブを2枚の板で挟んだものとリブを付けない単板のみのもとの透過損失の比較

ここでは、3. 2. 4の結果を踏まえ、振動を抑えるために、リブを2枚の銅板で挟んだものと、同じ厚みでリブのついていない銅板との比較を行った。しかし、ここでも同じ厚みでリブのついていない銅板の方が、防音性が高い結果となった。3. 2. 3の結果と比較しても、2枚の板でリブを挟んだものと、リブのついていない単板との透過損失の差が縮まっていないので、2枚の板で挟むだけでは、リブを固定することはできないということが考えられる。

#### 4 おわりに

本研究では、日産が開発した音響メタマテリアルを基に薄さは維持したまま、より防音性能を高め、建築向きの防音材を目指し、いくつかの条件ごとに解析、比較を行った。まず、数値解析により、防音性能をよくするためには、音を受ける媒質の面の表面積の大きさを小さくすること、厚さを分厚くすること、質量を大きくすることが必要であるということが分かった。厚さを大きくするという点は、本研究では薄さを維持したいため、注意しながら、他の 2 点に視点を向けて行った。質量を大きくするという点は、板の材質を変えることによってリブを付けた場合でも対応できることが確認できた。表面積を小さくするという点は、板にリブを付けることによって、受音面の 1 つ当たりの表面積を小さくすることが出来るのではないかと考えた。しかし、上手く振動を抑えられず、防音性を上げることはできなかった。最後の比較では、リブが振動しないという仮定の下、比較を行った。その場合明らかな、防音性能の違いがみられ、振動が防音に大きく関わっているということが分かった。このことから、リブを付け、如何に固定し振動を抑えるかということについて今後検討が必要となってくる。

参考文献

- [1] 日産、格子構造とフィルムの遮音材「音響メタマテリアル」  
[https://car.watch.impress.co.jp/docs/event\\_repo/ces2020/1227749.html](https://car.watch.impress.co.jp/docs/event_repo/ces2020/1227749.html)
- [2] Ni Sui et al., A lightweight yet sound-proof honeycomb acoustic metamaterial, Applied Physics Letters 106,171905(2015)