

ハイブリッド音場解析の開発  
～有限大面の幾何音響理論精度検証～

関西大学 環境都市工学部 建築学科  
建築環境工学第 I 研究室  
建 17-83 藤原 優奈  
指導教員 豊田 政弘  
河井 康人

## 目次

### 第1章 序論

1.1 研究背景	1
1.2 既往研究	2
1.3 研究目的	3
1.4 論文構成	4

### 第2章 研究手法

2.1 波動音響理論	5
2.1.1 時間領域有限差分法	5
2.2 幾何音響理論	10
2.2.1 音線法	10
2.2.2 虚像法	14
2.2.3 バックトレース法	16
2.3 ハイブリッド解析	18
2.4 評価方法	19

### 第3章 計算結果

3.1 モデル 1	22
3.1.1 条件	22
3.1.2 結果	22
3.2 モデル 2	23
3.2.1 条件	23
3.2.2 結果	23
3.3 モデル 3	24
3.3.1 条件	24
3.3.2 結果	24
3.4 モデル 4	25
3.4.1 条件	25
3.4.2 結果	25
3.5 モデル 4-2、モデル 4-3	27
3.5.1 条件	27
3.5.2 結果	28
3.6 モデル 5	29
3.6.1 条件	29
3.6.2 結果	29
3.7 モデル 6	30

3.7.1 条件	30
3.7.2 結果	30
3.8 モデル 7	31
3.8.1 条件	31
3.8.2 結果	31
<b>第4章 考察</b>	<b>32</b>
<b>第5章 結論</b>	<b>33</b>
<b>参考文献</b>	<b>34</b>

# 第1章 序論

## 1.1 研究背景

音場解析の手法は主に波動音響理論と幾何音響理論の二種類に分けられる。波動音響理論とは音場を記述する波動方程式を基礎とした式を解くことにより音場を解析する手法であり、幾何音響理論は音の波動性を無視して扱うもので直進および幾何学的反射のみで音場を記述する理論である。これらの解析手法にはそれぞれメリットとデメリットがある。波動音響理論では、音の波動性が考慮された波動方程式に基づき計算を行うため精度の高い計算が可能であるが、特に高音域では計算量が膨大になり計算を行うのにかなりの時間が必要になる。一方で、幾何音響理論では、音を幾何学的に扱って計算を行うため計算は容易であるが、音の干渉や回折などの波動性が現れやすい低音域では誤差が生じる可能性が高い。音場解析を行う場合、これらの特徴を考慮しながら解析対象の空間や物体に見合った計算方法を選ぶことが大切である。例えば、コンサートホールなどの大規模空間の音場解析には、計算量の少ない幾何音響理論を用いられることが多い。しかし、この場合低音域における誤差が懸念される。一方で、波動音響理論を用いて正確な結果を得ようとしても、現在の計算機性能で可聴域全体を計算することは実質的に難しい。そのため、大規模空間の音場解析では、計算量を抑えつつ、可聴域全体で正確な解析ができる解析技術の開発が望まれている。

## 1.2 既往研究

Granier ら[1]は車室内の音場解析において、低音域での波動音響理論の解析結果と、中・高音域での幾何音響理論の解析結果を結合させた、ハイブリッド解析に関する検討を行った。

また、文屋ら[2]により、開領域のための幾何音響理論と波動音響理論の結合解法が提案されている。ただし、対象空間が開領域であることに加えて、空間領域で幾何音響理論と波動音響理論の計算する範囲を分けている。

幾何音響理論と波動音響理論を組み合わせるという考え方は古くからあるはずだが、これら以外にハイブリッド解析手法に関する報告は見られない。坂吉[3]はその理由として、幾何音響理論と波動音響理論の根本的な考え方が異なるため、単純に二つの手法を組み合わせることができないからだと考え、ある周波数を境に波動音響理論と幾何音響理論の計算結果を補正し合成するハイブリッド音場解析手法の開発に関する研究を行った。この研究では1 m<sup>3</sup>四方の立方体という小さくて単純な形の空間を想定しその実現性が検討され、大幅に計算時間を短縮することができた。また、吉田[4]は坂吉の提案する手法で解析対象とする空間のスケールを実在するコンサートホールまで拡大してハイブリット解析が行われた。さらに小林[5]は幾何音響理論の改善について研究を行い、より正確な解析結果を得ることができた。

### 1.3 研究目的

本研究では、波動音響理論と幾何音響理論を用いたハイブリッド音場解析手法で、大規模空間でも計算量を抑えつつ可聴域全体で正確な予測を得ることを目的とする。本論文では、波動性が現れやすい空間でのハイブリッド音場解析手法の精度を検証し、最適なクロスオーバー周波数について考察する。

## 1.4 論文構成

第1章では音場解析に必要な考え方の説明をし、既往研究を紹介した後、本研究の目的について述べた。

第2章ではハイブリッド解析に用いる波動音響理論と幾何音響理論、フィルタの理論式や特徴などを解説し、最後にハイブリッド解析の手順を述べる。

第3章では本論文でハイブリッド解析の対象とするモデルの条件を述べ、計算結果を示す。

第4章では本研究の考察を述べる。

第5章では本研究の結論を述べる。

## 第2章 研究手法

### 2.1 波動音響理論

波動音響理論では、音波の振る舞いを

$$c^2 \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

で示される波動方程式、あるいは、それを導出するための運動方程式と連続方程式で記述する。これらの式を離散化し、数値的に解くことで、音場を解析することを波動音響数値解析と呼ぶ。波動方程式を解くため、音波の波動性を考慮した正確な予測ができる一方、計算量が膨大であるため、予測できる対象や範囲が限られる。音響分野での波動音響数値解析では一般的に、境界要素法 (BEM)、時間領域有限差分法 (FDTD 法)、有限要素法 (FEM) が用いられる。幾何音響理論では、一般的に時間領域の解を得ることができるので、本論文では、それらのうち、同じ時間領域の解を容易に得ることができる時間領域有限差分法を用いる。

#### 2.1.1 時間領域有限差分法 (FDTD 法)

FDTD 法とは、音場を空間的にも時間的にも離散化し、支配式の微分項を差分商で近似することにより解を得る手法である。空間的に離散化された一つ一つのセルには、Fig. 2.1 に示すように、音圧と粒子速度を互い違いに配置する。この空間的な配置のみを表した図を、Yee セルと呼ぶ。また、Fig. 2.2 に示すスタガードグリッドと呼ばれる格子によって、空間的な配置と時間的な配置を表すこともできる。FDTD 法では、空間的にも時間的にも互い違いに配置された音圧と粒子速度を、互い違いに計算するリープフロッグアルゴリズム (蛙跳び差分アルゴリズム) [6] と呼ばれる手法を用いることで、音波の挙動を時間発展的に求めることができる。

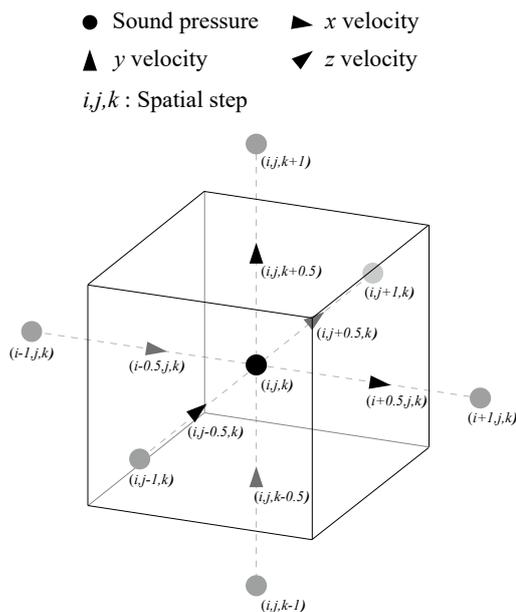


Fig. 2.1 Yee cell (three dimension)

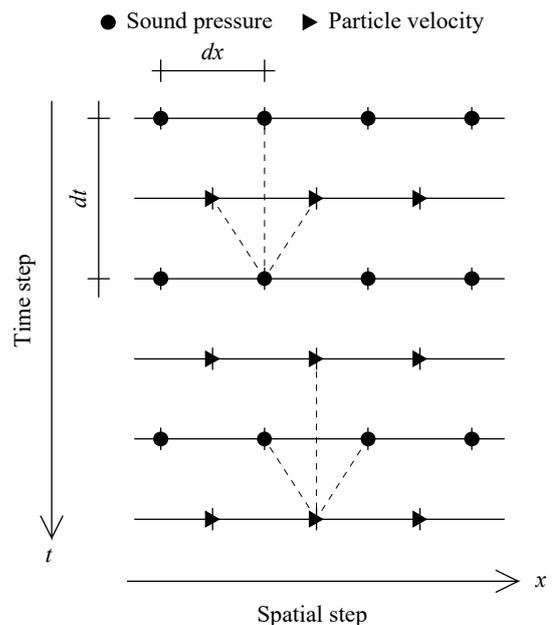


Fig. 2.2 Staggered grid (one dimension)

(1) 理論式

ここに、寸法が  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  [m] で密度が  $\rho_0$  [kg/m<sup>3</sup>] の空気粒子があり、各面に音圧  $p$  [N/m<sup>2</sup>] が加わっている状態を考える。この空気粒子の  $x, y, z$  方向の変位を  $u_x, u_y, u_z$  [m] とする。この時、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  が微小量であることを考慮すれば、 $x, y, z$  方向の運動方程式は、

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2.2)$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} + \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (2.4)$$

となる。また、空気粒子の各面の変位を考え、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  が微小量であることを考慮すれば、空気粒子の体積の増分  $\Delta V$  [m<sup>3</sup>] は、

$$\Delta V = \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.5)$$

と表される。一方、音圧と体積変化率の関係は体積弾性率  $\kappa$  [N/m<sup>2</sup>] を介して、

$$p = -\kappa \frac{\Delta V}{V} \quad (2.6)$$

と表される。なお、体積弾性率と密度、及び、音速  $c$  [m/s] には

$$\kappa = \rho_0 c^2 \quad (2.7)$$

の関係がある。ここで、式(2.5)を式(2.6)に代入すれば、

$$p = -\kappa \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \quad (2.8)$$

となり、これを音圧に関する連続方程式と呼ぶ。また、すべての支配式を1階の偏微分方程式とするために、変位の時間微分を粒子速度に置き換える。ここで、 $x, y, z$  方向の粒子速度を  $v_x, v_y, v_z$  [m/s] とする。さらに、式(2.8)の両辺を時間微分すれば、式(2.2)~(2.4),(2.8)は、

$$\rho_0 \frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2.9)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v_y}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.10)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \kappa \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.12)$$

と変形することができる。

FDTD 法では、式(2.9)~(2.12)を用いて音波の解析を行う。しかし、音圧や粒子速度は空間や時間に関して連続的に変化しているため、これらの式をそのまま扱うことができない。そこで、空間や時間を離散化し、連続な関数を近似することで、計算を可能にする。

FDTD 法における離散化は、Fig. 2.1 や Fig. 2.2 のように、空間的にも時間的にも、音圧と粒子速度を離散化幅の半ステップずつ互い違いに配置する。ここで、空間ステップを  $i, j, k$ 、時間ステップを  $n$  と置き、空間ステップが  $i, j, k$  で時間ステップが  $n$  の時の音圧を  $p^n(i, j, k)$  [ $\text{N/m}^2$ ]、空間ステップが  $i+0.5, j, k$  で時間ステップが  $n+0.5$  の時の  $x$  方向の粒子速度を  $v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k)$  [ $\text{m/s}$ ]と表記する。この離散化によって、

$$f'(x) \cong \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \quad (2.13)$$

のように中心差分近似と呼ばれる方法を用いて近似することができる。よって、式(2.9)~(2.12)は、

$$\rho_0 \frac{v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) - v_x^{n-0.5}(i+0.5, j, k)}{\Delta t} = -\frac{p^n(i+1, j, k) - p^n(i, j, k)}{\Delta x} \quad (2.14)$$

$$\rho_0 \frac{v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) - v_y^{n-0.5}(i, j+0.5, k)}{\Delta t} = -\frac{p^n(i, j+1, k) - p^n(i, j, k)}{\Delta y} \quad (2.15)$$

$$\rho_0 \frac{v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) - v_z^{n-0.5}(i, j, k+0.5)}{\Delta t} = -\frac{p^n(i, j, k+1) - p^n(i, j, k)}{\Delta z} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{p^{n+1}(i, j, k) - p^n(i, j, k)}{\Delta t} = & -\kappa \frac{v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) - v_x^{n-0.5}(i-0.5, j, k)}{\Delta x} \\ & -\kappa \frac{v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) - v_y^{n-0.5}(i, j-0.5, k)}{\Delta y} \\ & -\kappa \frac{v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) - v_z^{n-0.5}(i, j, k-0.5)}{\Delta z} \end{aligned} \quad (2.17)$$

と近似できる。この式(2.14)~(2.17)において、最も時間ステップが大きい項のみを左辺に残し変形すると、

$$v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) = v_x^{n-0.5}(i+0.5, j, k) - \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta x} \{p^n(i+1, j, k) - p^n(i, j, k)\} \quad (2.18)$$

$$v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) = v_y^{n-0.5}(i, j+0.5, k) - \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta y} \{p^n(i, j+1, k) - p^n(i, j, k)\} \quad (2.19)$$

$$v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) = v_z^{n-0.5}(i, j, k+0.5) - \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta z} \{p^n(i, j, k+1) - p^n(i, j, k)\} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} p^{n+1}(i, j, k) = & p^n(i, j, k) - \kappa \frac{\Delta t}{\Delta x} \{v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) - v_x^{n-0.5}(i-0.5, j, k)\} \\ & -\kappa \frac{\Delta t}{\Delta y} \{v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) - v_y^{n-0.5}(i, j-0.5, k)\} \\ & -\kappa \frac{\Delta t}{\Delta z} \{v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) - v_z^{n-0.5}(i, j, k-0.5)\} \end{aligned} \quad (2.21)$$

と変形できる。式(2.18)~(2.20)により、任意の空間、及び、時間ステップの粒子速度は、同じ空間ステップの1時間ステップ前の粒子速度と、隣接する空間ステップの半時間ステップ前の音圧によって求めることができる。同様に、式(2.21)により、任意の空間、及び、時間ステップの音圧

は、同じ空間ステップの1時間ステップ前の音圧と、隣接する空間ステップの半時間ステップ前の粒子速度によって求めることができる。Fig. 2.2 に、音圧、ないしは、粒子速度を求めるためには、どの空間ステップ、及び、時間ステップの粒子速度、ないしは、音圧を参照する必要があるのかを示しているのを参照されたい。以上より、初期条件さえわかれば、式(2.18)~(2.20)と式(2.21)を全空間ステップについて交互に計算することで、音圧分布、及び、粒子速度分布を時間発展的に求めることができる。

## (2) 音源 [7]

ここまでは、音源からの出力がない状態での支配式の計算方法について述べた。しかし、実際には励振条件として音源を与えなければならない。音源を FDTD 法に導入する方法として、初期条件として粒子速度分布も音圧分布も 0 とみなせる場のある 1 点に時間波形を与える方法を用いる。音源位置を  $i_d, j_d, k_d$ 、体積速度信号を  $Q(t)$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ] とすると、式(2.21)の右辺に音源項を追加して、

$$\begin{aligned}
p^{n+1}(i_d, j_d, k_d) = & p^n(i_d, j_d, k_d) \\
& -\kappa \frac{\Delta t}{\Delta x} \{v_x^{n+0.5}(i_d + 0.5, j_d, k_d) - v_x^{n+0.5}(i_d - 0.5, j_d, k_d)\} \\
& -\kappa \frac{\Delta t}{\Delta y} \{v_y^{n+0.5}(i_d, j_d + 0.5, k_d) - v_y^{n+0.5}(i_d, j_d - 0.5, k_d)\} \\
& -\kappa \frac{\Delta t}{\Delta z} \{v_z^{n+0.5}(i_d, j_d, k_d + 0.5) - v_z^{n+0.5}(i_d, j_d, k_d - 0.5)\} \\
& + \frac{\kappa \Delta t}{\Delta x \Delta y \Delta z} Q^n
\end{aligned} \tag{2.22}$$

とすればよい。ここで、 $Q^n = Q((n - 0.5)\Delta t)$  である。本論文では、

$$Q(t) = M \exp[-A(t - t_0)^2] \tag{2.23}$$

で表されるガウシアンパルスを用いる。ここで、 $M$  は体積速度のピーク値、 $A$  は急峻さに関する係数、 $t_0$  はピーク時刻である。しかし、ガウシアンパルスを音源として与えると、受信点で音圧を観測しても、インパルス応答を得ることができない。そのため、インパルス応答を得るためには、逆フィルタをかける必要がある。この逆フィルタに関しては 2.3 節で詳しく説明する。

## (3) PML (Perfectly matched layer : 完全吸収層) [8]

FDTD 法では空間を離散化して計算を行うため、閉領域しか計算することができない。そのため、開領域を計算するためには、境界以降の領域を模擬するための無反射境界を導入する必要がある。FDTD 法に無反射境界を導入する一番簡単な方法は垂直入射インピーダンス境界で吸音率を 1 とすることだが、斜めに入射する音波に対しては、吸音率が 1 でなくなるため、完全な無反射境界とはならない。現在、あらゆる方向からの入射に対して最も無反射境界を表現できる方法が Berenger[10] が提案した PML である。PML は、すべての軸方向について、隣接する媒質と特性インピーダンスが等しく、かつ、伝搬中に波が減衰するような非物理媒質で構成されている。Berenger が提案したのは電磁波用の PML であるが、弾性波用の PML も Chew ら[9] により定式化されている。PML を用いることで、自由空間などの開領域の計算が可能になるが、多くのメモ

りと計算時間が必要となる。

## 2.2 幾何音響理論

幾何音響理論では、音の波動性を無視し、音を幾何学的に扱うことで音場を記述する。計算や可視化が容易である一方、音の波動性を無視しているため、波動現象が起こりやすい低音域において特に真値と誤差が生じる可能性が高い。幾何音響理論に基づく代表的な解析手法として音線法と虚像法が挙げられる。しかし、両手法ともに欠点がある。それを補うために、音線法と虚像法を組み合わせたバックトレース法とよばれるものが提案された。本論文では、このバックトレース法を採用する。バックトレース法の基本は音線法と虚像法であるため、本節では、まず音線法と虚像法を説明した後、バックトレース法について説明する。

### 2.2.1 音線法

音線法とは、音線と呼ばれる単位エネルギーの進行経路を用いて、その反射履歴を追跡する計算手法である。音線は、最短経路を通るという Fermat の法則に則るため、温度および密度が均一な媒質中を進行する場合、音線は直進する。また、音線は壁面にぶつくと鏡面反射する (Fig. 2.3)。

#### (1) 音源

建築音響で用いられる場合の音線法では、無指向性の音源を与える場合が多い。無指向性の音源を与えるには、音線数を決定した後、等立体角[10]になるように単位エネルギーを持った音線を音源位置から放射する (Fig. 2.4)。無指向性音源の場合、距離が離れていくにつれて音線の間隔が広がるため、単位面積当たりに入射する音線の数が減る。この音線数の減少が音線法における距離減衰の考え方である。

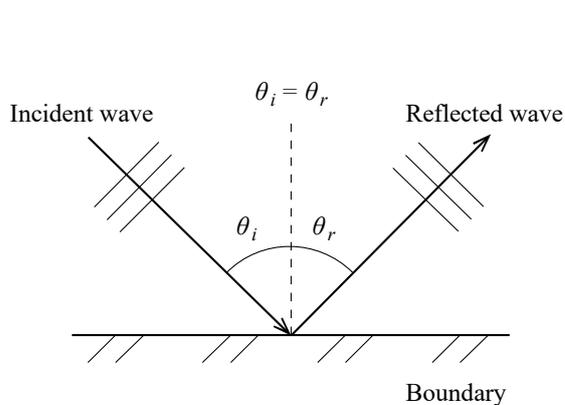


Fig. 2.3 Specular reflection

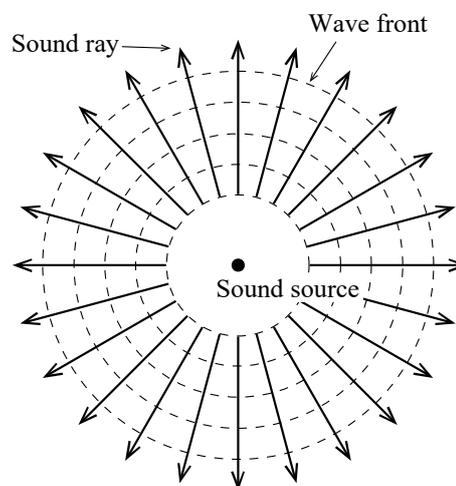


Fig. 2.4 Omni-directional sound source

## (2) 境界面の扱い

境界面に入射した音波のエネルギー $E_i$ は反射するエネルギー $E_r$ 、境界内部で欠損するエネルギー $E_l$ 、及び、透過するエネルギー $E_t$ に分けられる (Fig.2.5)。このとき、エネルギー保存則から、

$$E_i = E_r + E_l + E_t \quad (2.24)$$

が成り立つ。このとき、入射するエネルギーと反射するエネルギーの比を反射率  $r$  といい、

$$r = \frac{E_r}{E_i} \quad (2.25)$$

と表される。また、このとき、吸音率  $\alpha$  は、

$$\alpha = 1 - \frac{E_r}{E_i} \quad (2.26)$$

と表される (Fig. 2.6)。音線法において、音線が境界面にぶつかったとき、反射する音線のエネルギーは、境界面の吸音率を  $\alpha$  とすると、反射率は  $1 - \alpha$  となるので、

$$E_r = E_i(1 - \alpha) \quad (2.27)$$

となる。

また、斜入射を考慮する場合は、小林[5]の研究より

$$E_r = E_i \left| \frac{(1 + \sqrt{1 - \alpha}) \cos \theta - (1 - \sqrt{1 - \alpha})}{(1 + \sqrt{1 - \alpha}) \cos \theta + (1 - \sqrt{1 - \alpha})} \right|^2 \quad (2.28)$$

とする。

## (3) 判定

音線経路を追跡するために、音線がどの壁面でぶつかるかを判定する必要がある。そのためにまず壁面の法線ベクトルを求める。ここでは、閉空間であれば、法線ベクトルが内向きになるように設定することとする。法線ベクトルの向きは、頂点の順番と Fig. 2.8 のように対応させる。次に、法線ベクトルと音線の内積を求める。内積が負のとき、音線はその壁面に向かっていると判定できる (Fig. 2.9)。壁面に向かっていると判定できた後、音線と壁面の交点が、壁面内にあるかどうか判定する。壁面の頂点と交点の座標を Fig. 2.10 に示す。頂点と交点の座標の間には

$$\begin{aligned} ax_1 + bx_2 + cx_3 &= x_n \\ ay_1 + by_2 + cy_3 &= y_n \\ az_1 + bz_2 + cz_3 &= z_n \end{aligned} \quad (2.29)$$

の関係がある。このとき  $0 \leq a, b, c \leq 1$ 、かつ、 $a + b + c = 1$  のとき、壁面内に交点があると判定することができる。しかし、室形状によっては Fig. 2.11 に示すように、交点が2つ現れる可能性がある。その場合、近いほうの交点を真の交点と判定する。

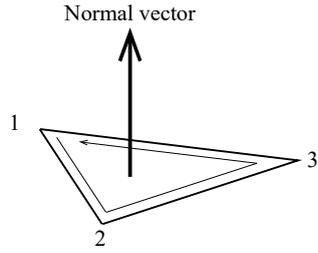


Fig. 2.8 Normal vector

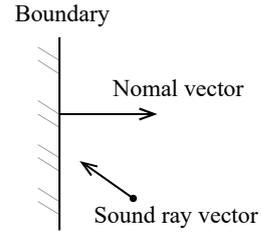


Fig. 2.9 Judgment of ray vector which heads for wall

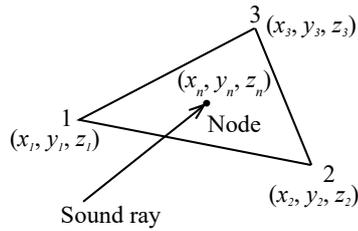


Fig. 2.10 Judgment of node in wall

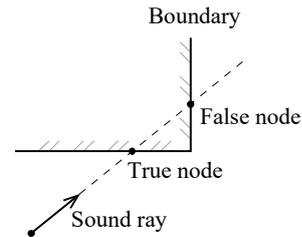


Fig. 2.11 Judgment of true node

#### (4) 受音判定

音線が壁面から壁面に向かっていく間に受音点を通過しているかを判定する。判定方法として、受音点と音線の最短距離を求め、その距離が設定した受音半径以内であれば受音したと判定する。受音したと判定した場合には、受音したときの時刻とエネルギーを記録する。

#### (5) 計算手順

Fig. 2.12 に音線法のフローチャートを示す（プログラムの表記は Fortran に準ずる）。まず、室形状や基本情報を入力し、壁面の法線ベクトルを算出すると共に、音源を作成する。次に、音線を追跡しながら、受音判定を行う。最後に、同時刻に受音した音線のエネルギーを足し合わせ、結果を出力する。

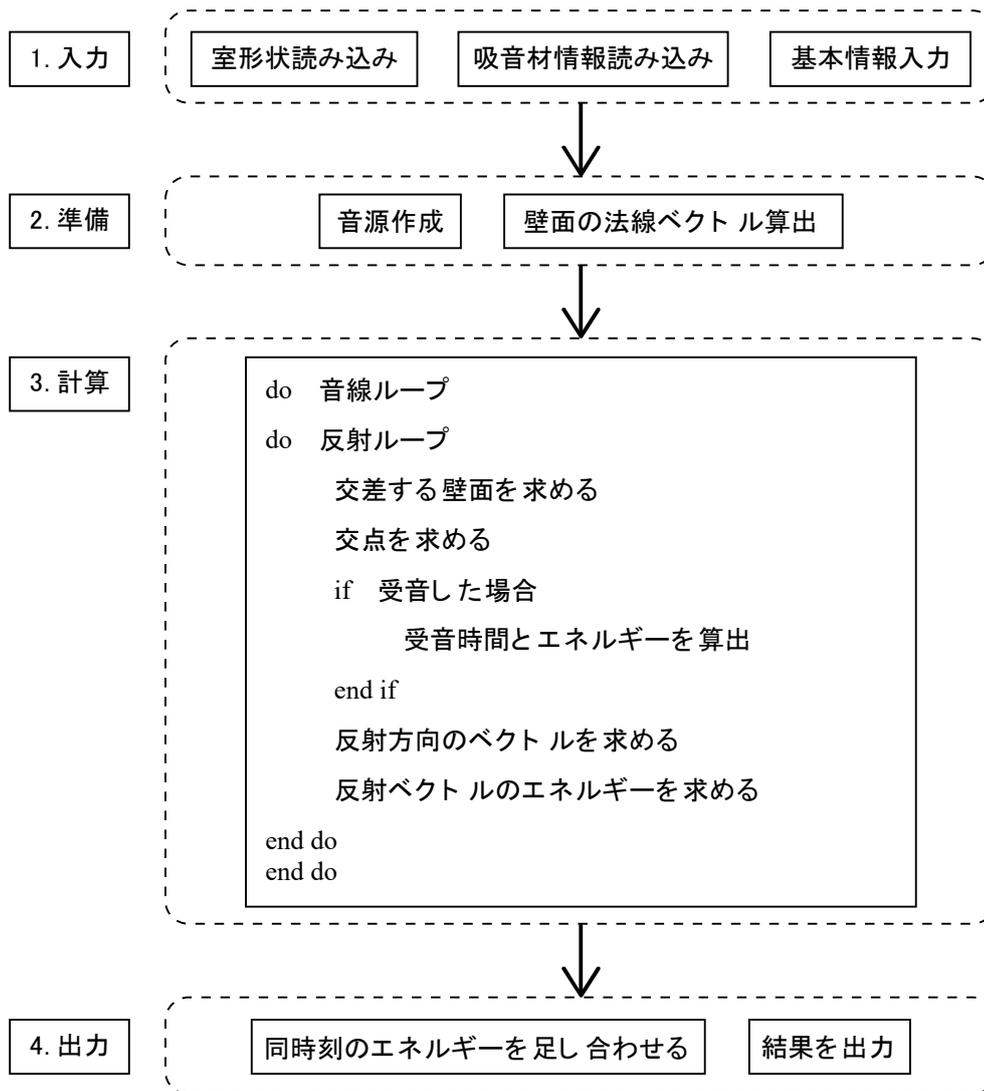


Fig. 2.12 Flow chart of ray tracing

(6)特徴

音線法は計算や可視化が容易であるという利点がある一方、音線数や受音半径の設定によってさまざまな誤差が生じてしまう。Fig. 2.13 は音線数が少ない、もしくは、受音半径が小さいために、受音されるべき経路が、受音されたと判定されない場合を示したものである。また、Fig. 2.14 は受音半径が大きすぎるために、受音しないはずの経路が受音したと判定される場合を示したものである。

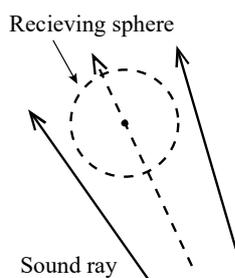


Fig. 2.13 Fault of ray tracing

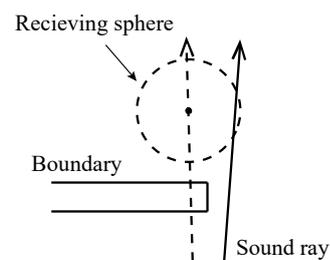


Fig. 2.14 Fault of ray tracing

### 2.2.2 虚像法

虚像法とは、壁面に対する虚音源を作成し、その虚音源群、および、実音源からのそれぞれの寄与を各反射音、および、直接音の強さとし、それらの総和を算出することで、ある点の音の強さを求める手法である。虚像法では音線法と同様に、音は直進し、鏡面反射すると仮定する。しかし、距離減衰の考え方は音線法と異なり、虚音源ごとに距離の逆2乗則を考慮する必要がある。

#### (1) 音源

虚像法では、実音源と虚音源に単位エネルギーを与える。音線法では、音源から無数の音線を放射していたが、虚像法では、各音源と受信点を結び、各音源から受信点までの経路を考える。その経路が、実際に到達可能な経路かどうかを判定し、その経路が到達可能な経路であれば、虚音源ごとの距離減衰と反射壁面による吸音を計算し、受信点でのエネルギーと到達時間を算出する。

また、室内の総壁面数  $m$ 、最大反射次数  $k$  とすると、虚音源の総数  $N$  は

$$N = \sum_{i=1}^k m(m-1)^{i-1} \quad (2.30)$$

と表せる。

#### (2) 境界面の扱い

境界面の扱いは音線法と同様であるため、2.2.1 項の(2)を参照されたい。

#### (3) 判定

作成された虚音源が有効なものかどうか、すなわち、受信点まで到達可能な経路を持つかどうかを判定する必要がある。矩形の室であれば、経路としては全虚音源が有効となる。しかし、遠くにある虚音源は距離減衰や壁面による吸音によって、受信点に到達するころには、ほぼ0となり、実質的には無効な虚音源となる場合がある。

一方、不整形な室の場合、経路として成立する虚音源を判定するには複雑なプロセスが必要である。本論文では詳細は割愛するので、Borish[11]の文献などを参照されたい。

#### (4) 計算手順

Fig. 2.15 に虚像法のフローチャートを示す（プログラムの表記は Fortran に準ずる）。まず、壁面に対する虚音源を、式(2.30)に基づく個数だけ作成し、有効な経路の虚音源を判定する。次に、有効な経路の虚音源のみ、音源と虚音源を結び、それぞれの距離減衰と壁面による吸音を算出し、受信点におけるエネルギーと到達時刻を算出する。最後に、同時刻のエネルギーを足し合わせ、結果を出力する。

#### (5) 特徴

虚像法では、方向、相対的なインテンシティ、及び、到達時間が音線法に比べて正確に求まる。したがって、初期反射音構造の検討やエコー障害のチェック、反射音の指向性の検討に有効である。しかし、式(2.30)に示した数の虚音源を作成が必要となるが、総壁面数や最大反射次数が多い場合には、一般的にその多くは有効でない虚音源であることが多く、計算効率が悪いという欠点がある。

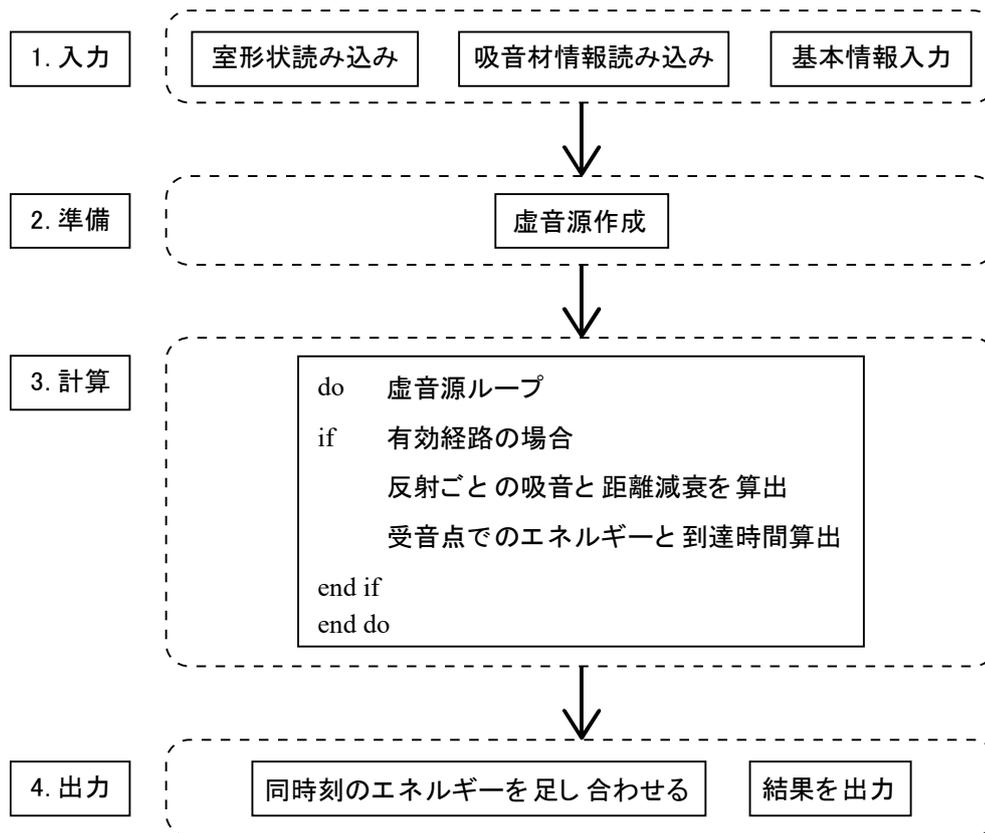


Fig. 2.15 Flow chart of image source

### 2.2.3 バックトレース法

バックトレース法とは、音線法と虚像法を組み合わせることにより、音線法の誤差を少なくし、かつ、虚像法の計算効率の悪さを補う手法である。

#### (1) 計算手順

Fig. 2.16にバックトレース法のフローチャートを示す(プログラムの表記はFortranに準ずる)。まず、音線法によって反射経路のみを抽出し、その反射経路に基づいて虚音源を作成する。その虚音源が有効なものかを判定した後、有効虚音源のみを対象に虚像法により計算を行う。

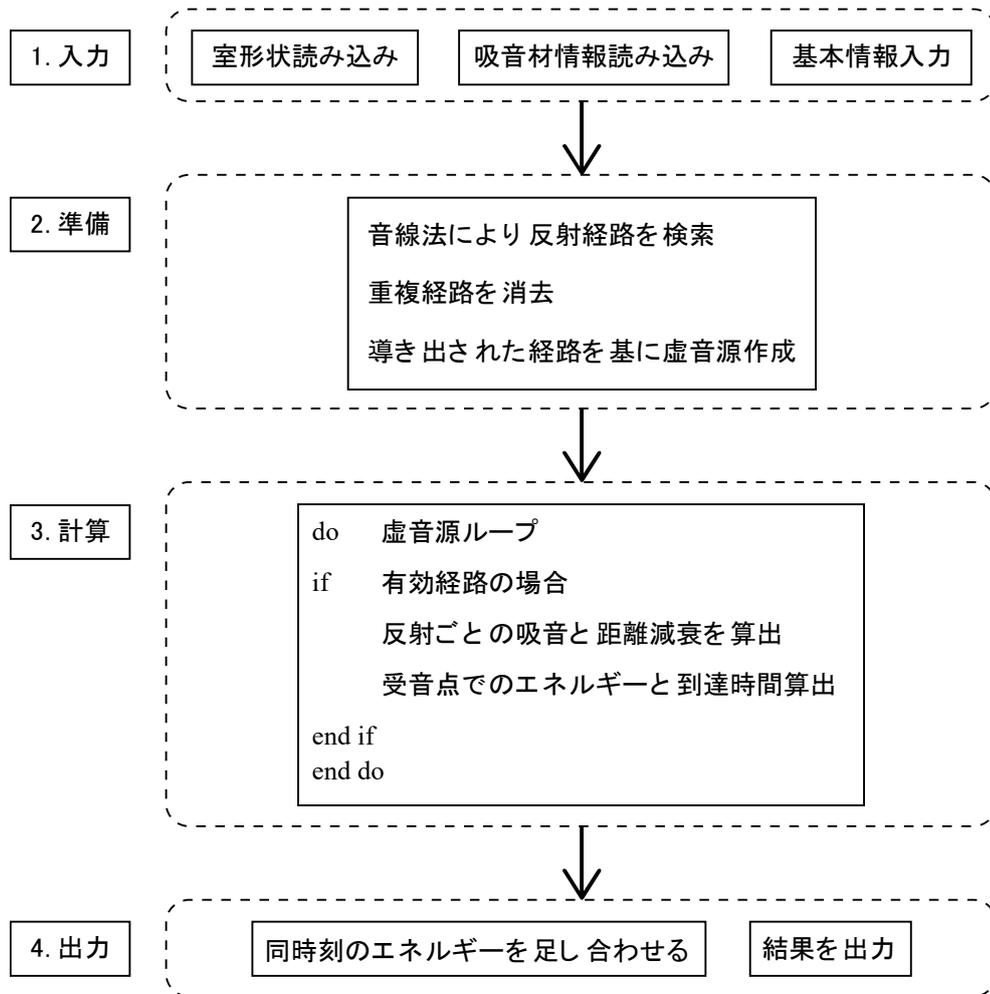


Fig. 2.16 Flow chart of backtracing method

#### (2) 判定

バックトレース法における有効虚音源の判定は、虚像法における有効虚音源の判定ほど複雑なものではなく、音線法によって導き出された反射経路どおりに、虚音源がその反射経路をたどれるかどうかで判定を行う。Fig. 2.17は音線法によって1→4という反射経路を通して受信しており、それに基づいて虚音源を作成し、虚音源と受信点を結ぶと、同じように1→4と反射しているため、有効虚音源と判定できる場合を示したものである。Fig. 2.18は音線法によって1→8という反射経路を通して受信しており、それに基づいて虚音源を作成し、虚音源と受信点を結ぶと、1→8と反射した後に5にぶつかっており、音線法によって導かれた反射経路とは異なる反射経路

を通過しているため、無効虚音源と判定される場合を示したものである。

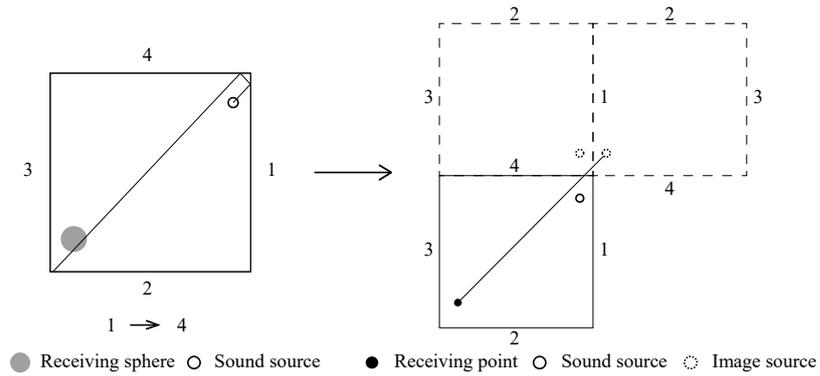


Fig. 2.17 Valid image source

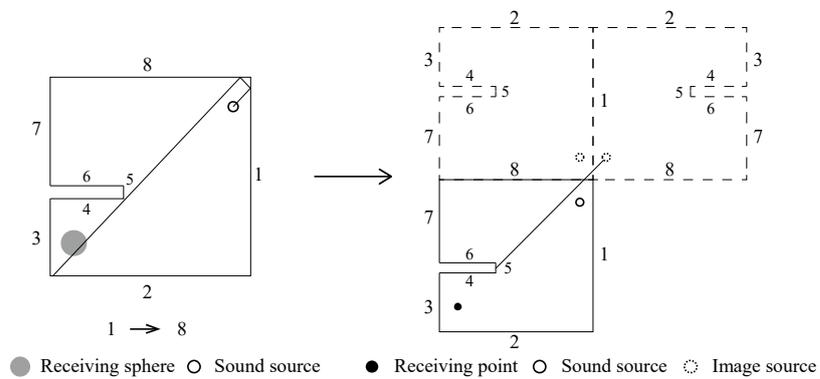


Fig. 2.18 Invalid image source

### (3) 精度

Voländer[12]は、この手法を用いて計算することにより、音線法による受音領域を比較的大きく取り、かつ、音線数を減らしても、計算精度を保てることを示し、計算時間の大幅な短縮が可能になったと報告している。

## 2.3 ハイブリッド解析

バックトレース法と FDTD 法によって得られる結果をクロスオーバー周波数 $f_c$ を境に結合する。このとき、2つの結果はそれぞれ適切な処理をして結合しなければならない。

まず、FDTD 法では対象空間での結果、自由空間での結果をサンプリング周波数 $f_s$ で再サンプリングする。ここで、受信点を音源位置に設定した自由空間の解析結果で得られた波形の逆特性を持った逆フィルタを作成する。安定な逆フィルタ作成するために自由空間の逆特性にバンドパスフィルタをかけて $f_{\min}$ から $f_c$ の結果だけを通過させる。 $f_{\min}$ は最終的に必要となるインパルス応答の最小周波数とする。その際、因果関係を考慮しつつ波形を崩さずにバックトレース法の結果と同じ時間遅れを与えることを考えるためフィルタには FIR フィルタを採用する。本論文では Hamming 窓を採用し、窓関数法により FIR フィルタを設計する。フィルタ長は時間領域、周波数領域の両方で妥当と思われる結果が得られる十分な長さを選択し、最終的に得るインパルス応答の時間長とする。逆フィルタが作成できれば、対象空間の結果にそれをかけ、帯域制限されたインパルス応答を算出する。

次に、バックトレース法では虚音源群からの足し合わせを、

$$p = \sum_{n=1}^N \sqrt{E_n} \frac{e^{ikr_n}}{r_n} \quad (2.31)$$

により周波数領域で行う。ここで、 $p$ は音圧、 $N$ は有効な虚音源数、 $i$ は虚数単位、 $k$ は波数、 $E_n$ 、 $E_r$ はそれぞれ  $n$  番目の虚音源の強さ、虚音源と受信点との距離である。ここで、フーリエ逆変換を行うと同時に、 $f_c$ から $f_{\max}$ の帯域を通過させるバンドパスフィルタを作成する。 $f_{\max}$ は、最終的に必要となるインパルス応答の最大周波数とする。ここでは、FDTD 法の処理に採用したフィルタ長、窓関数と同じものを選択する。このフィルタを周波数領域に変換し、バックトレース法で得られた周波数特性と畳み込む。結果として得られた帯域制限された周波数特性をフーリエ逆変換し、帯域制限されたインパルス応答を算出する。

最後に、それぞれの手法で得られたインパルス応答を補正して合成する。再度、受信点が音源位置以外である自由空間でも先ほど述べた FDTD 法と同様の方法で処理し、帯域制限されたインパルス応答算出する。得られたインパルス応答をフーリエ変換し、振幅の周波数特性を算出する。FDTD 法については $f_{\min}$ から $f_c$ 、バックトレース法については $f_c$ から $f_{\max}$ までの周波数について、振幅の算術平均値を求め、それらの比を得る。例えば、もし FDTD 法に対するバックトレース法の比を得たら、その値を FDTD 法から得たインパルス応答に掛け合わせ、バックトレース法のインパルス応答と時間領域で足し合わせることで、ハイブリッド解析のインパルス応答を算出することができる。この結合方法では、同じ時間遅れを持つ線形位相の FIR フィルタを用いるため、位相に関する補正は不要である。

## 2.4 評価方法

ハイブリッド解析手法を評価するに当たり、本論文では、別途 FDTD 法によって対象周波数全域を計算し、その結果を真値とする。時間応答のグラフはハイブリッド解析と FDTD 法（真値）、周波数応答のグラフはハイブリッド解析と FDTD 法（真値）に加えて、参考のためのバックトレース法を比較し、どの程度値が一致しているかを相対的に評価する。

### 第3章 計算結果

本論文では、ハイブリッド解析を行うモデルとして7つのパターンに加え、壁面の大きさを変えた2つのパターンを考える。そのうちモデル1.2は開領域が対象となっており、壁は無限大壁面とする。そのため、FDTD法の計算ではPMLを設置することによってそれらを表現する。モデル3~7は音の波動性の影響を受ける有限大壁面とする。さらに、モデル4の壁の大きさを変えたものとして、モデル4-2、モデル4-3を考える。モデルの形状などは次節以降でそれぞれ述べる。それ以外の共通の条件をTable 3.1~3.3に示す。

Table 3.1 Calculation condition of hybrid analysis

音速	340.0 m/s
最大計算時間	1 s
サンプリング周波数	12,000 Hz
境界周波数	800 Hz
壁面の垂直入射吸音率	0.2

Table 3.2 Calculation condition of FDTD method

空間離散化幅	0.02 m
解析対象周波数	15.625~800 Hz
音源	ガウシアンパルス
ガウシアンパルス最大値	1.0 m <sup>3</sup> /s
ガウシアンパルス係数	1.0 × 10 <sup>7</sup>
ガウシアンパルス中心時間	1.0 × 10 <sup>-3</sup> s
PML層数	32 層
PMLテーパ乗数	4.0
PML減衰係数最大値	1.765307 × 10 <sup>-1</sup>

Table 3.3 Calculation condition of backtracing method

音速	340.0 m/s
解析対象周波数	800~4,000 Hz
壁面の垂直入射吸音率	0.2
音線数	100,000 本
受音半径	0.05m
最大反射回数	20 回

### 3.1 モデル1

#### 3.1.1 条件

Fig. 3.1 にモデル1の形状を示す。モデル1では、受音点付近に無限大壁面を1枚配置する。

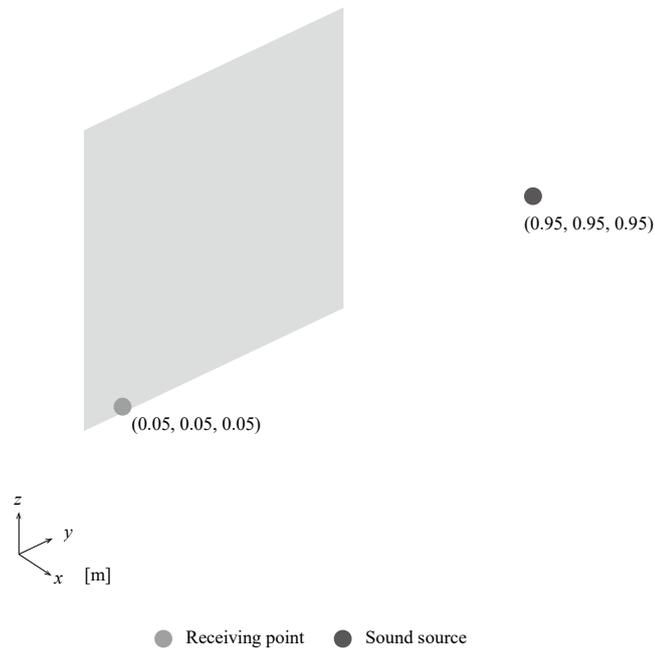


Fig. 3.1 Shape of model 1

#### 3.1.2 結果

Fig. 3.2 にモデル1の周波数応答のグラフを示す。モデル1では壁面一枚の近くに受音点があるため、直接音到達後すぐに反射音が1つ現れる。このグラフではほぼ一致した周波数特性が得られている。

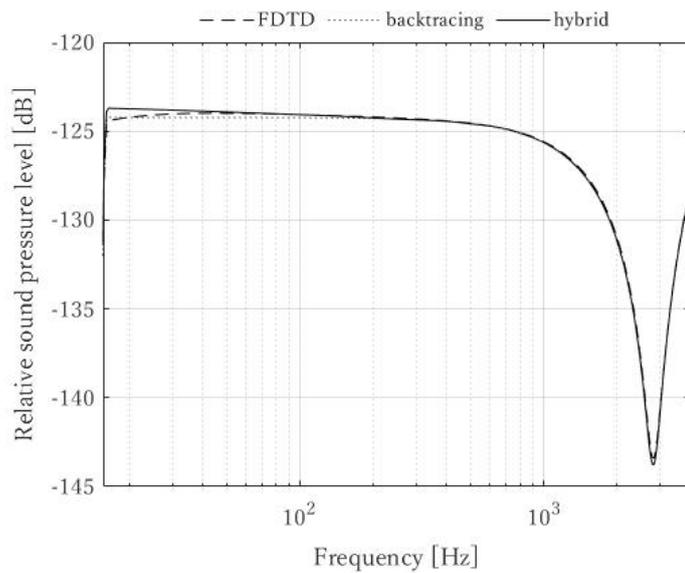


Fig. 3.2 Comparison of frequency response of model 2

## 3.2 モデル 2

### 3.2.1 条件

Fig. 3.3 にモデル 2 の形状を示す。モデル 2 では、平行になるように 1 m 離して無限大壁面を 2 枚配置する。

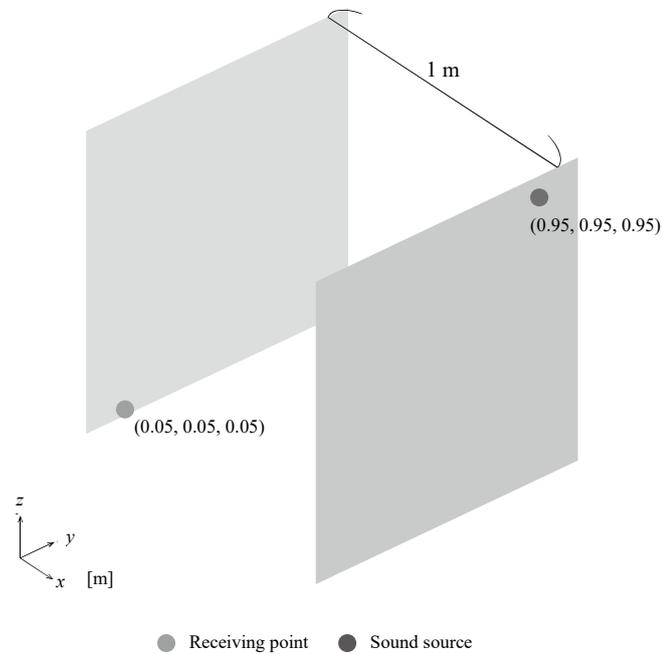


Fig. 3.3 Shape of model 2

### 3.2.2 結果

Fig. 3.4 にモデル 2 の周波数応答のグラフを示す。このグラフではほぼ一致した周波数特性が得られている。

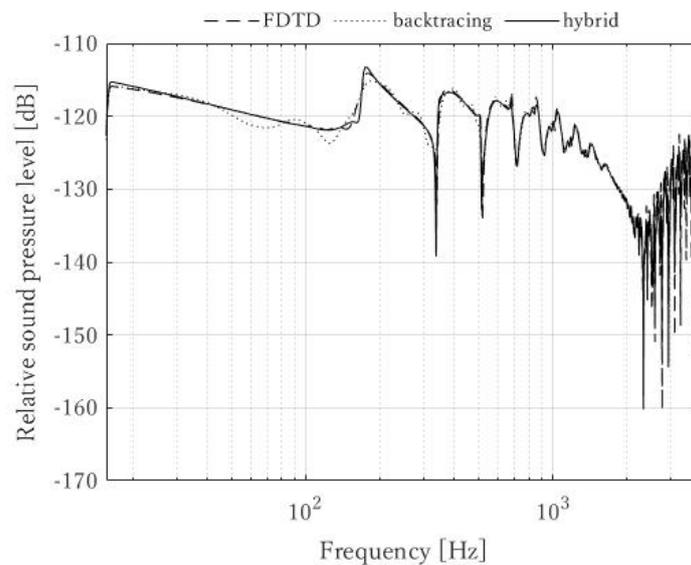


Fig. 3.4 Comparison of frequency response of model 2

### 3.3 モデル 3

#### 3.3.1 条件

Fig. 3.5 にモデル 3 の形状を示す。モデル 3 は、1 m 四方の立方体である。また、モデル 1~2 と違い閉空間を対象空間としている。

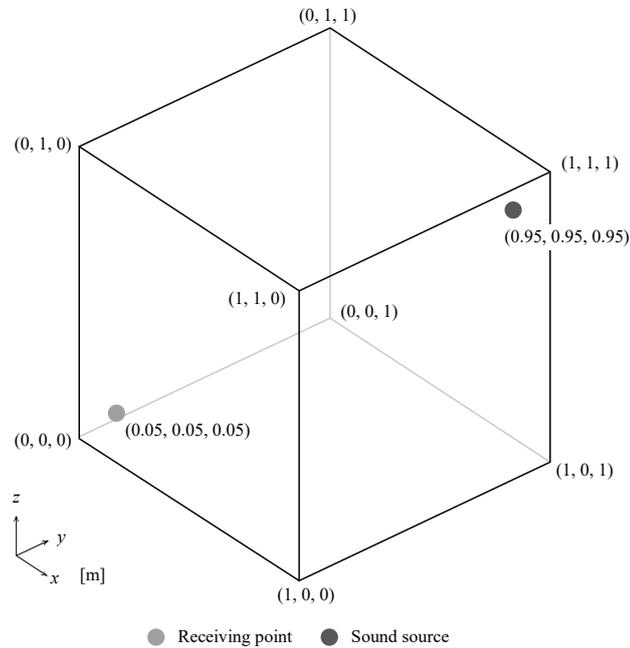


Fig. 3.5 Shape of model 3

#### 3.3.2 結果

Fig. 3.6 にモデル 3 の周波数応答のグラフを示す。このグラフではほぼ一致した周波数特性が得られている。

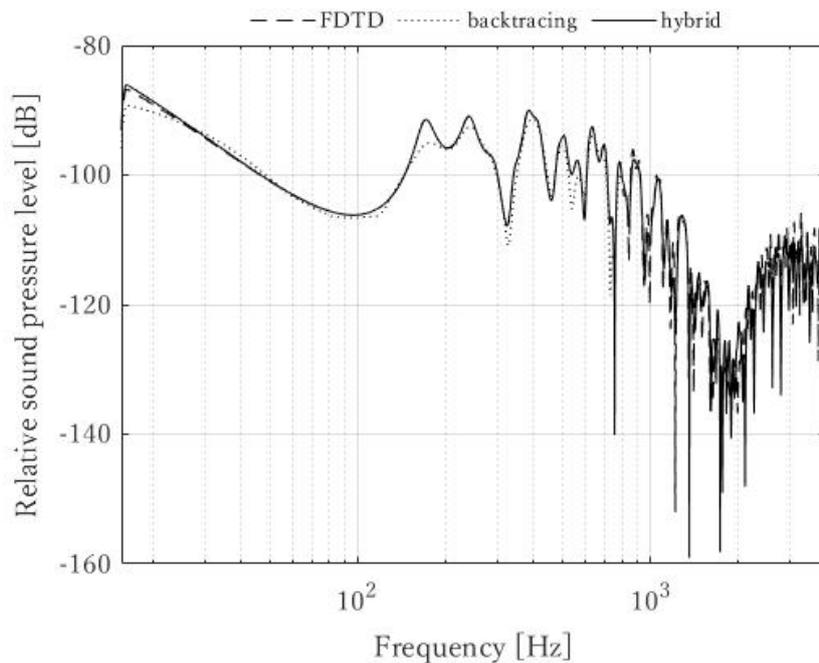


Fig. 3.6 Comparison of frequency response of model 3

### 3.4 モデル 4

#### 3.4.1 条件

Fig.3.7 にモデル 4 の形状を示す。モデル 4 は、受音点付近に  $1\text{m} \times 1\text{m}$  の有限大壁面を 1 枚配置する。

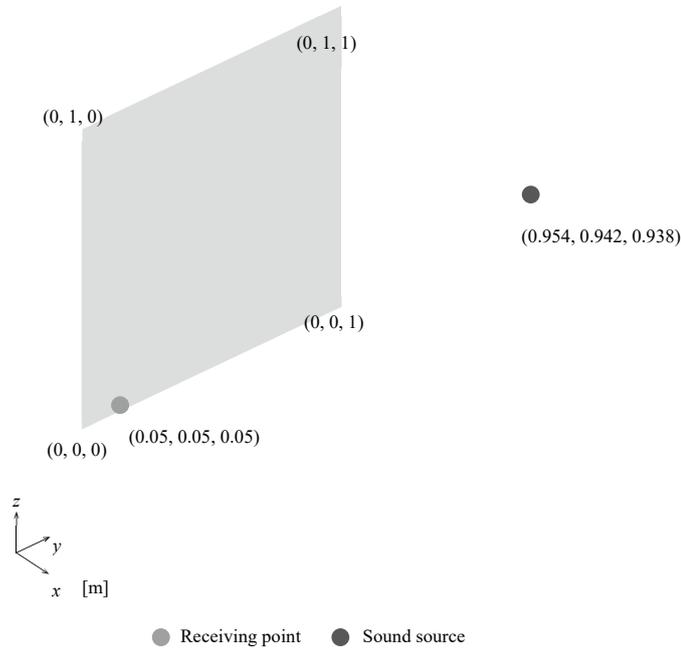


Fig. 3.7 Shape of model 4

#### 3.4.2 結果

Fig. 3.8 にモデル 4 の周波数応答のグラフを示す。モデル 1 とほとんど同じモデルであるのにも関わらず、モデル 4 ではバックトレース法の結果が大きくずれ、バックトレース法と FDTD 法の結合部であるクロスオーバー周波数部分では飛びが生じている。これは、壁面を有限大にしたことにより音の回折が起こったためであると考えられる。回折音は壁の端から発生するため、壁を大きくして受音点から壁の端までの距離を取ることで回折の影響を受けにくくなり、FDTD 法の結果がバックトレース法の結果に近づき、より良いハイブリッド解析の結果が得られると推測される。そこで、壁面を大きくしたモデル 4-2、4-3 についてもハイブリッド解析を行う。

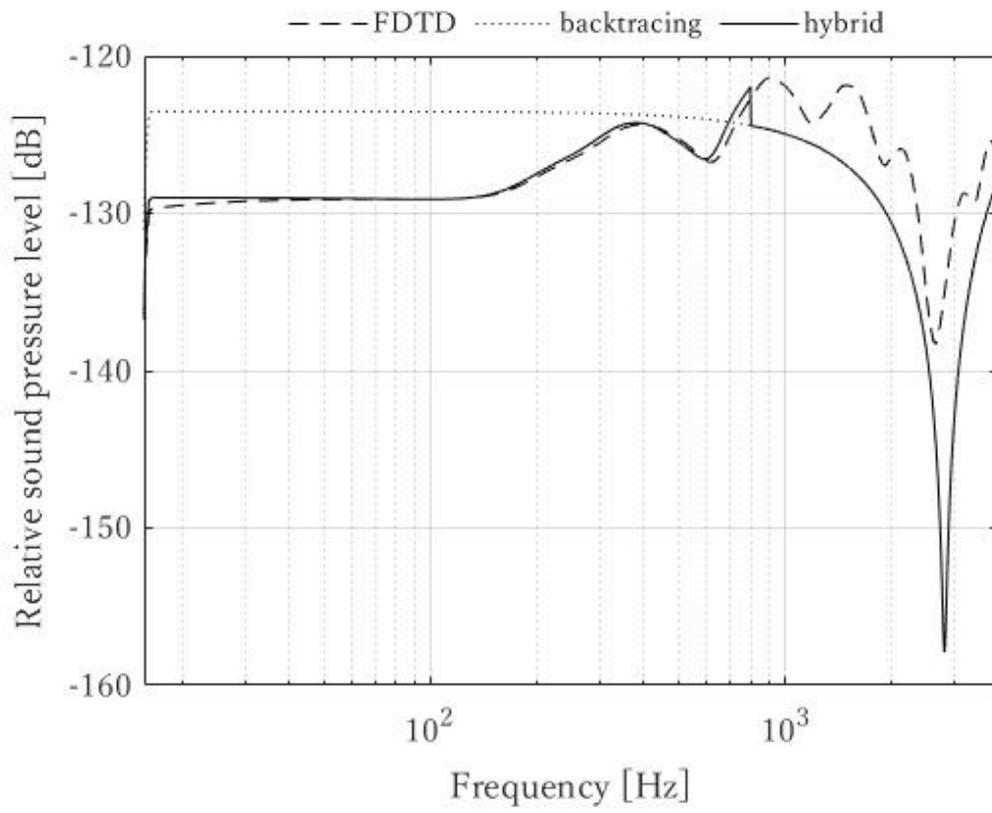


Fig. 3.8 Comparison of frequency response of model 4

### 3.5 モデル 4-2,モデル 4-3

#### 3.5.1 条件

Fig. 3.9 にモデル 4-2、Fig. 3.10 にモデル 4-3 の形状を示す。モデル 4-2 は、受音点付近に  $2\text{m} \times 2\text{m}$  の壁面を 1 枚配置する。また、モデル 4-3 は受音点付近に  $3\text{m} \times 3\text{m}$  の壁面を 1 枚配置する。

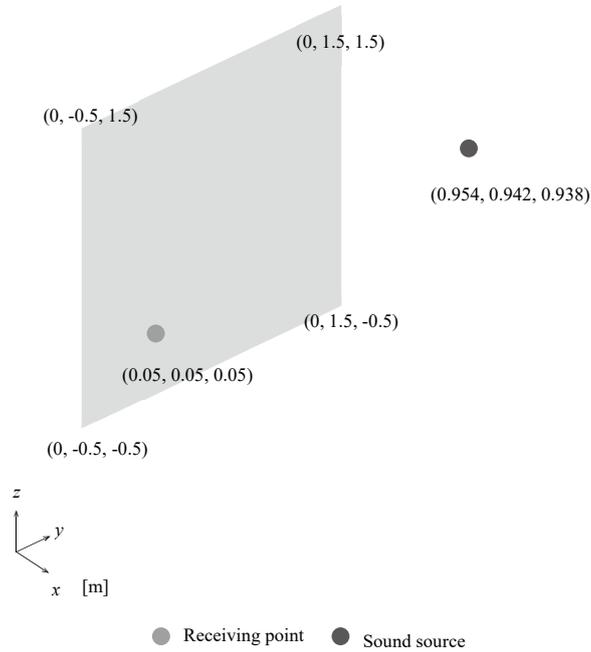


Fig. 3.9 Shape of model 4-2

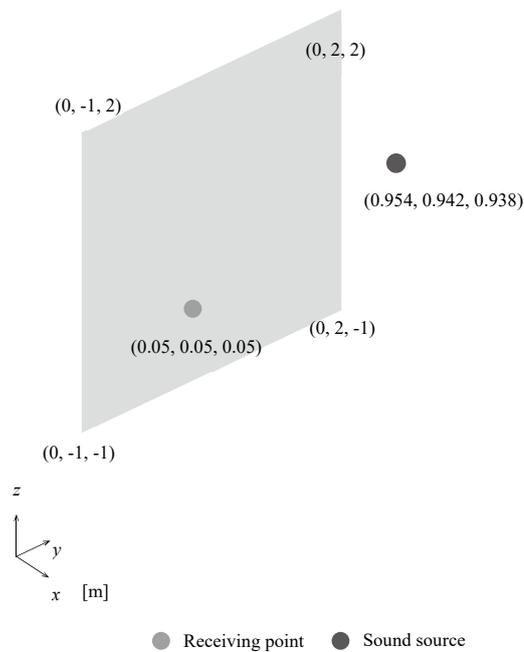


Fig. 3.10 Shape of model 4-3

### 3.5.2 結果

Fig. 3.11 にモデル 4-2 の周波数応答のグラフ、Fig. 3.12 にモデル 4-3 の周波数応答のグラフを示す。モデル 4-2 ではクロスオーバー周波数にまだ若干の飛びがあるものの、モデル 4 と比較して真値に近づいた。モデル 4-3 になるとさらに改善されハイブリット解析の結果がほぼ真値と一致した。

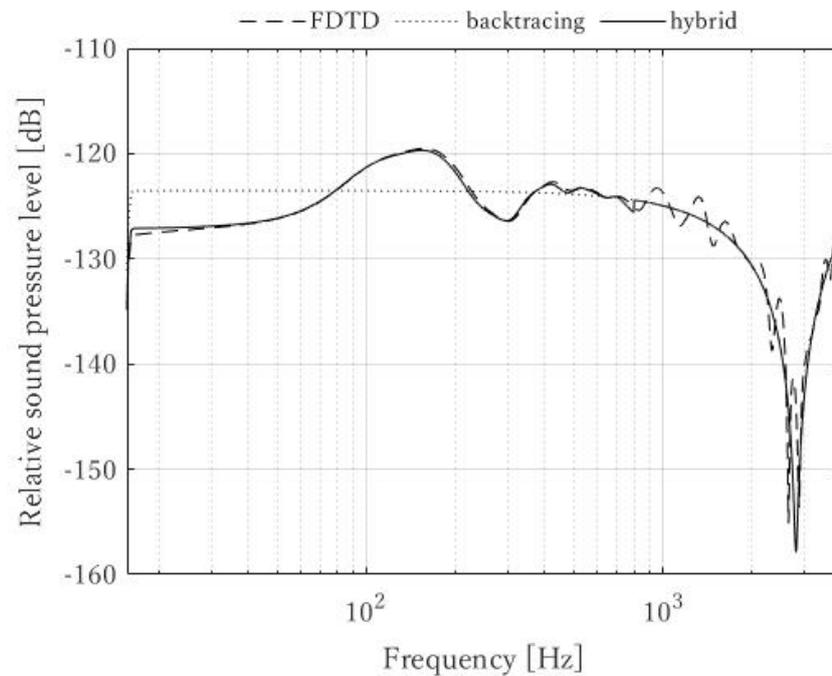


Fig. 3.11 Comparison of frequency response of model 4-2

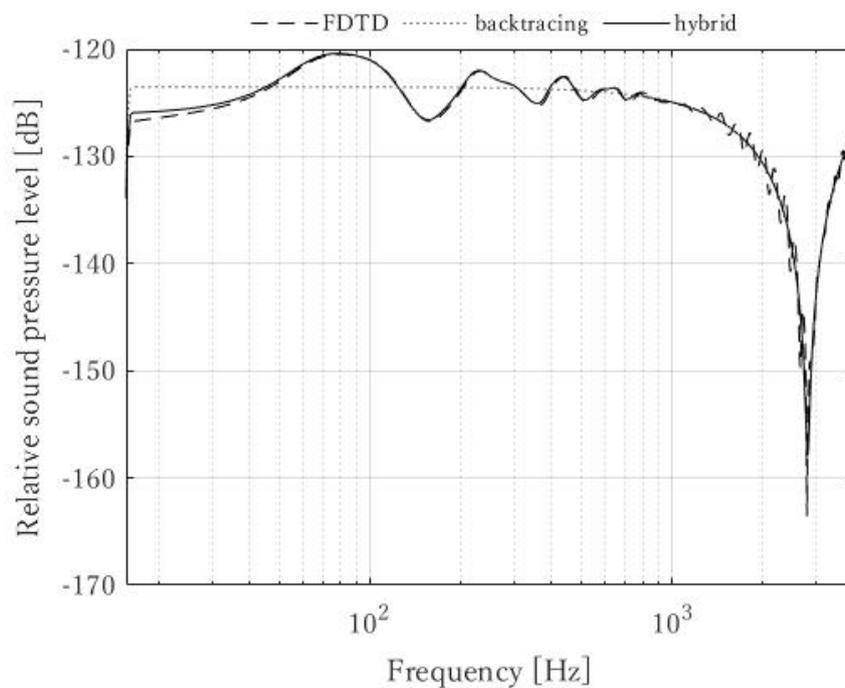


Fig. 3.12 Comparison of frequency response of model 4-3

### 3.6 モデル5

#### 3.6.1 条件

Fig. 3.13 にモデル5の形状を示す。1m×1mの壁面から0.25m離れたところに1m×0.5mの壁を平行に並べる。なお、1m×0.5mの壁は剛とする。

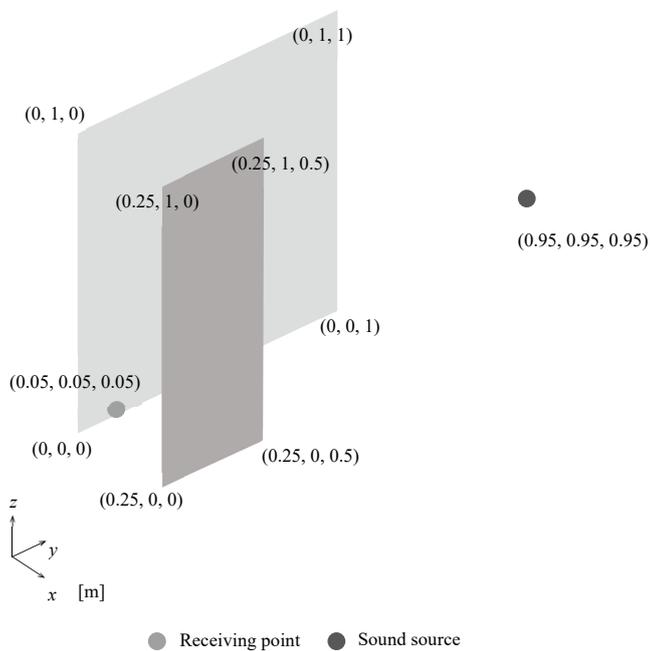


Fig. 3.13 Shape of model 5

#### 3.6.2 結果

Fig. 3.14 にモデル5の周波数応答のグラフを示す。高音域で大きなずれが生じているが、低音域の部分ではハイブリッド解析することで大きな改善が見られる。

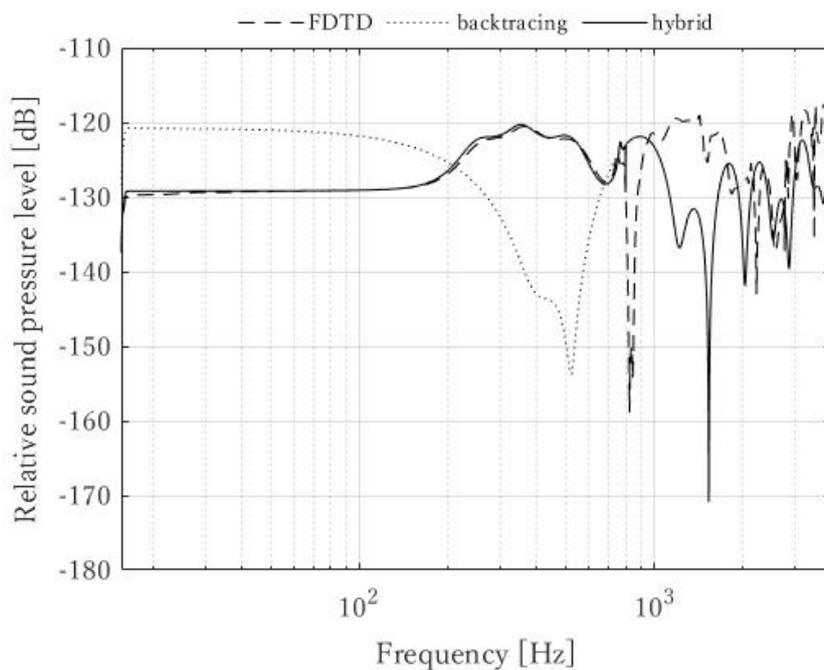


Fig. 3.14 Comparison of frequency response of model 5

### 3.7 モデル6

#### 3.7.1 条件

Fig. 3.15 にモデル6の形状を示す。閉空間中の1面に平行に1m×0.5mの壁を配置する。なお、1m×0.5mの壁は剛とする。

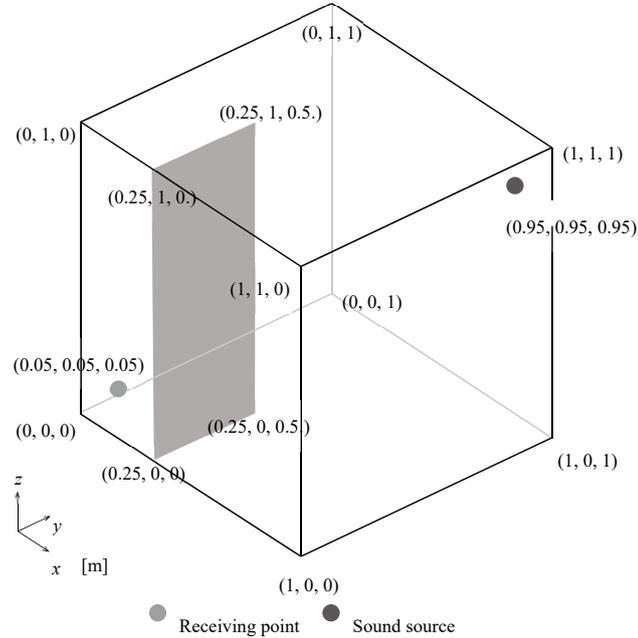


Fig. 3.15 Shape of model 6

#### 3.7.2 結果

Fig. 3.16 にモデル6の周波数応答のグラフを示す。モデル3ではバックトレース法にそれほど誤差は生じていなかったが、モデル6では誤差が生じている。しかし、ハイブリッド解析を行うことで低音域のずれが改善されている。

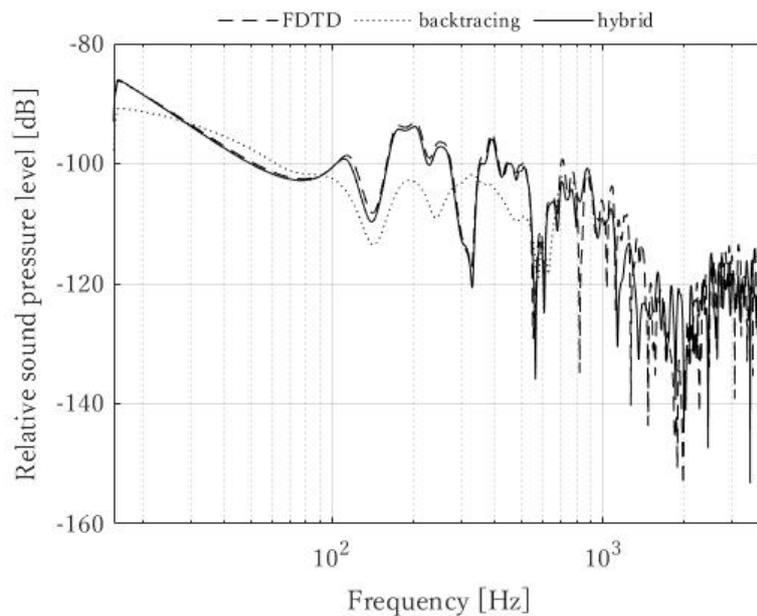


Fig. 3.16 Comparison of frequency response of model 6

### 3.8 モデル7

#### 3.8.1 条件

Fig. 3.15 にモデル7の形状を示す。無限大の壁面から0.25m離れたところに1m×0.5mの壁を平行に配置する。なお、1m×0.5mの壁は剛とする。

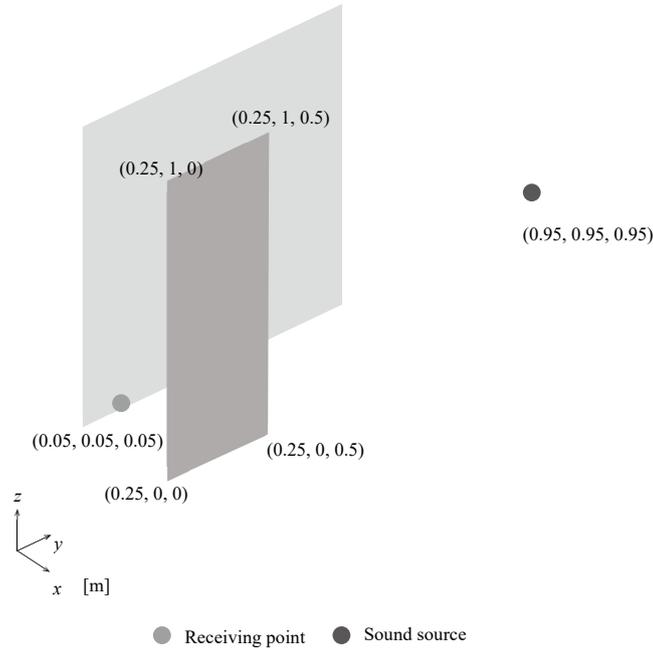


Fig. 3.15 Shape of model 7

#### 3.8.2 結果

Fig. 3.16 にモデル7の周波数応答のグラフを示す。モデル5と比較すると無限大壁面であるモデル7の方が低音域でのずれは小さくなる。

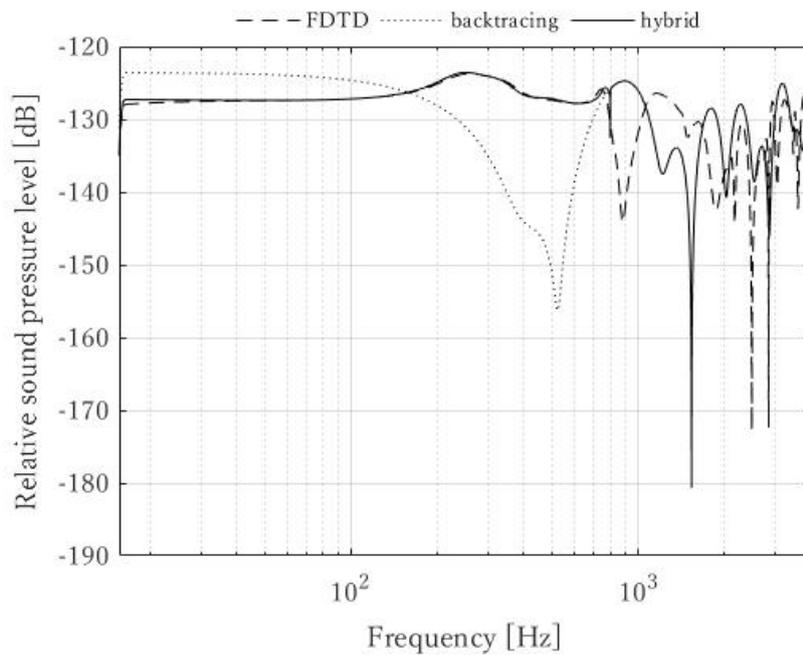


Fig. 3.16 Comparison of frequency response of model 7

## 第4章 考察

モデル1とモデル4、モデル5とモデル7の比較により、壁を有限大面とすることで音の回折が起こり、バックトレース法での結果は真値とずれが確認された。しかし、ハイブリッド解析を行うことで低音域の解析結果のずれが改善された。

モデル4、モデル4-2、モデル4-3では、ハイブリッド解析の結果が徐々に真値に一致していきモデル4-3は真値に近い結果が得られた。モデル4-3においてクロスオーバー周波数である800Hz以下の周波数領域では、低音域で波動性が現れやすいことを考慮しFDTD法を用いることでバックトレース法よりも正確な解析が行われた。そして、800Hz以上では波動性の影響を受けにくいためバックトレース法とFDTD法では大きなずれはなく、クロスオーバー周波数を800Hzでハイブリッド解析することにより、計算負荷を抑えつつ正確な解析結果を得ることができた。このことから、モデル4-3では、800Hzが適切なクロスオーバー周波数であることが分かった。また、モデル4-3より壁面が小さいモデル4やモデル4-2では、クロスオーバー周波数をもう少し高くすることで正確な解析結果を得ることができると考えられる。逆に、モデル4-3より大きい壁面であれば、クロスオーバー周波数を800Hzより小さくすることができさらに計算負荷を抑えることができると考えられる。

## 第5章 結論

本論文では、波動性が現れやすい空間でのハイブリッド音場解析手法の精度を検証することを目的とした。結論として、波動性が現れやすい空間ではハイブリッド解析を行うことで低音域で大きな改善が見られた。ハイブリッド解析は、大空間の音場解析において有効な手段であると言える。

また、空間に見合ったクロスオーバー周波数を設定することでさらに精度の高い結果を得ることができたり、計算負荷を抑えることができると思われる。今後は、最適なクロスオーバー周波数を設定するために、より複雑な形状を解析対象として検討することが望まれる。

## 参考文献

- [1] E.Granier, et. al.: “Experimental acoustics of car audio installations,” J. Audio Eng. Soc., 44, 835-849, 1996.
- [2] 文屋信太郎, 吉村忍: “開領域伝搬音過渡解析のための幾何音響・波動音響結合解法”, 日本音響学会誌, 58(12), 737-744, 2002.
- [3] 坂吉佑太: “幾何音響理論と波動音響理論を用いた大規模空間のハイブリッド音場解析にかんする研究”, 関西大学卒業論文, 2016.
- [4] 吉田菜摘: “波動音響理論と幾何音響理論を用いたハイブリッド音場解析手法の大規模空間への適用”, 関西大学卒業論文, 2017.
- [5] 小林愛佳: “幾何音響理論の改善”, 関西大学卒業論文, 2019.
- [6] 千葉修, 柏達也, 霜田英麿, 鏡慎, 深井一郎: “リープフロッグアルゴリズムに基づく時間依存差分法による音場解析”, 日本音響学会誌, 49(8), 551-562, 1993.
- [7] 鶴秀生, 岩津玲磨: “差分法によるインパルス応答の効率的計算手法”, 日本音響学会春季研究発表会講演論文集, 1055-1058, 2009.
- [8] J. -P. Berenger: “A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves”, J. Comput. Phys., 114(2), 185-200, 1994.
- [9] W. C. Chew and Q. H. Liu: “Perfectly matched layer for elastodynamics: a new absorbing boundary condition”, J. Comput. Acoust., 4(4), 341-359, 1996.
- [10] 日本建築学会編: “はじめての音響数値シミュレーションプログラミングガイド”, コロナ社, 東京, 2012.
- [11] 鈴木広隆, 平手小太郎, 安岡正人: “軸対称等立体角 26 面体を用いた全方位の離散化-方向別に定義された物理量の可視化のための一提案-”, 図学研究, 36(1), 3-9, 2002.
- [12] J. Borish: “Extension of the image model to arbitrary polyhedral”, J. Acoust. Soc. Am., 75(6), 1827-1836, 1984.