

FDTD 法による MPP 境界の開発について

関西大学大学院 理工学研究科
環境都市工学専攻 建築学分野
15M6417 江東 大貴
指導教員_____

論文要旨

近年、住宅の居室や会議室といった建築空間における音環境をより良くすることが重要視されつつある。室内の音環境を左右する要因のひとつに、壁や床に張る吸音材が挙げられる。現在、最も広く使われているのはグラスウールやロックウールといった繊維系素材を用いた吸音材であるが、衛生面、耐久性、環境面の問題が挙げられている。そのため、多孔質吸音材に変わる次世代吸音材のひとつとして MPP (MicroPerforated Panel: 微細穿孔板) が注目されている。MPP は金属やアクリル、ガラスなどの薄い板に、孔径 1 mm 以下、開孔率 1% 程度の孔を開けたものであり、多孔質吸音材に比べて耐候性、意匠性に優れるという特徴がある。この MPP を剛壁との間に一定の空気層を設けて配置することで共鳴器型の吸音機構を持つ MPP 吸音体が形成される。

本報では、その MPP 吸音体の吸音特性を数値解析手法の 1 つである FDTD 法 (時間領域有限差分法) によって取り扱う方法を提案する。MPP の孔のインピーダンスの近似式は周波数に依存するため、時間領域解法である FDTD 法で直接的に計算するには幾分の工夫を要する。ここでは、MPP 部分を境界条件として扱い、さらに、孔のインピーダンスを周波数に依存しない定数で近似することで計算を可能とし、その予測精度を検討する。また、FDTD 法の安定条件として、空気伝搬の安定条件の重要性はよく知られている。しかし、FDTD 法を用いて MPP が設置された場の解析をする際、空気伝搬の安定条件を満たしているにも関わらず解が発散する場合がある。したがって、FDTD 法において MPP を境界条件として取り扱う場合には、MPP の境界条件そのものの安定条件を考慮する必要がある。

本報では、数値解析手法のひとつである FDTD 法で MPP 吸音体を取り扱うことを目的とする。まず初めに、FDTD 法で MPP を計算するために、周波数に依存している孔のインピーダンスの近似式である Maa の近似式を周波数に依存しない式に置き換えることで計算を可能とする方法を提案する。また、MPP 吸音体の吸音率について解析解との比較を行い、提案方法の妥当性を検討する。次に、MPP を考慮した際にも安定した計算を行うための安定条件を導出する。最後に、汎用 FDTD 法ソフトウェアに本報の内容を踏まえた MPP 境界を実装し、三次元音場に MPP 境界を設置した場合の計算を可能とする。

検討の結果、本研究では次世代吸音材のひとつである MPP を FDTD 法で取り扱うことができた。周波数に依存する MPP の孔のインピーダンスの近似式を周波数に依存しない定数を用いた式に置き換えることで計算を可能とし、解析解との比較、背後層厚を変えた場合についても検討することで、その予測精度の高さや広い適用性も確認し、また、一次元音場と三次元音場における空気伝搬と MPP 境界の安定条件を計算し、双方の安定条件を満たすこ

とで、安定した計算を行うことが可能となった。さらに、離散化グリッドに対して斜めに MPP 境界を設置した場合の処理方法を導入することで、三次元音場で計算が可能となった。最後に、汎用ソフトウェアに MPP の境界条件を導入することで初学者にとっても比較的簡単に計算することが可能となった。

目次

1	はじめに	1
1.1	研究背景	1
1.2	研究目的	3
2	一次元音場における検討.....	4
2.1	Maa の近似式	4
2.2	解析解法	5
2.3	数値解法	7
2.3.1	MPP 境界	7
2.3.2	孔のインピーダンス	9
2.4	吸音特性の検討.....	11
2.4.1	解析条件	11
2.4.2	解析結果と考察	12
2.5	安定条件の検討.....	18
2.5.1	安定条件式の導出	19
2.5.2	条件設定と結果	23
2.6	安定条件の傾向.....	24
2.6.1	孔径の変化による影響	24
2.6.2	板厚の変化による影響	25
2.6.3	面密度の変化による影響	26
2.6.4	孔径とピッチの変化による影響	27
2.6.5	考察	28
3	三次元音場における検討.....	29
3.1	安定条件	29
3.1.1	安定条件式の導出	30
3.1.2	条件設定と結果	34

3.2 数値解法	35
3.2.1 離散化グリッドに対して斜めの境界に対する処理.....	36
3.2.2 解析条件設定	37
3.2.3 解析結果と考察	38
4 汎用ソフトウェアへの MPP 境界の導入.....	40
5 おわりに	41
参考文献	42

1 はじめに

1.1 研究背景

近年、住宅の居室や会議室といった建築空間における音環境をより良くすることが重要視されつつある。室内の音環境を左右する要因のひとつに、壁や床に設置する吸音材が挙げられる。現在、最も広く使われているのはグラスウールやロックウールといった繊維系素材を用いた多孔質吸音材であるが、衛生面、耐久性、環境面の問題が挙げられている。そのため、多孔質吸音材に変わる次世代吸音材のひとつとして MPP (MicroPerforated Panel: 微細穿孔板) が注目されている。MPP は金属やアクリル、ガラスなどの薄い板に、孔径 1 mm 以下、開孔率 1% 程度の孔を開けたものであり、多孔質吸音材に比べて耐候性、衛生面、意匠性に優れるという特徴がある。この MPP を剛壁との間に一定の空気層を設けて配置することでヘルムホルツ共鳴器を代表とする共鳴器型の吸音機構を持つ MPP 吸音体が形成される [1-2]。

MPP は吸音体として室内の天井 (Fig.1) や壁に設置されたり、また、騒音対策として自動車のマフラー (Fig.2) の内部に設置されたりと、様々な場面で用いられている。この MPP 吸音体の吸音特性の予測は解析解や数値解析手法である境界要素法 (BEM) や有限要素法 (FEM) で予測されてきたが、FDTD 法 (Finite-Difference Time-Domain Method: 時間領域有限差分法) で予測された例はない。そのため本報では、MPP 吸音体を FDTD 法によって取り扱う方法を検討する。FDTD 法とは時間と空間を離散化し、微分方程式の微分の部分を差分商で近似する差分法の一つであり、スタガードグリッドとリープフロッグアルゴリズムを利用することに特徴を持つ手法である。元々は電磁場解析のために開発された手法であるが、様々な波動伝搬問題に展開が可能で建築音響分野の問題にも広く応用されている。

FDTD 法で MPP を考慮する際には、MPP の孔や厚みを含めて詳細に形状を離散化することが本来は望ましいが、上述の通り、MPP の孔や厚みは非常に小さいため、それゆえ空間離散化幅を細かく設定する必要がある。しかしながら、空間離散化幅を小さく設定すればするほど計算時間が長くなり、また、計算機資源による限界を考えれば、現実的ではない。そこで、MPP 部分を境界条件という形でモデル化し、MPP 吸音体の吸音・透過特性を考慮することを考える。しかし、本研究で用いる MPP の孔のインピーダンスの近似式 [1] は周波数に依存するため、時間領域解法である FDTD 法で直接的に計算することができないという問題がある。

一方、FDTD 法の安定条件として、波動伝搬の安定条件の重要性はよく知られている。しかし、FDTD 法を用いて MPP が設置された場を上述の境界条件を用いて解析する際、波動

伝搬の安定条件を満たしているにも関わらず解が発散する場合がある。したがって、FDTD法においてMPPを境界条件として取り扱う場合には、MPPの境界条件そのものの安定性を考慮する必要がある。



Fig. 1 天井設置型 MPP 吸音体



Fig. 2 自動車のマフラー

1.2 研究目的

本報では、数値解析手法のひとつである FDTD 法で MPP 吸音体を取り扱うことを目的とする。まず初めに、FDTD 法で MPP を計算するために、周波数に依存している孔のインピーダンスの近似式である M_{aa} の近似式[1]を周波数に依存しない式に置き換えることで計算を可能とする方法を提案する。また、MPP 吸音体の吸音率について解析解との比較を行い、提案方法の妥当性を検討する。次に、MPP を考慮した際にも安定した計算を行うための安定条件を導出する。最後に、汎用 FDTD 法ソフトウェアに本報の内容を踏まえた MPP 境界を実装し、三次元音場に MPP 境界を設置した場合の計算を可能とする。

2 一次元音場における検討

2.1 Maa の近似式

MPP の孔のインピーダンス z_p にはさまざまな近似式があるが[3]、本報では以下に示す Maa の近似式を用いる[1]。

$$z_p = Z_{resist} + Z_{react} \quad (1)$$

$$Z_{resist} = \frac{8\eta_0 h}{(d_p/2)^2} \left(\sqrt{1 + \frac{X^2}{32}} + \frac{\sqrt{2}d_p X}{8h} \right) \quad (2)$$

$$Z_{react} = -i\rho_0\omega h \left(1 + \frac{1}{\sqrt{9 + (X^2/2)}} + \frac{0.85d_p}{\eta_0} \right) \quad (3)$$

ここで、

$$X = \frac{d_p}{2} \sqrt{\frac{\rho_0\omega}{\eta_0}} \quad (4)$$

であり、 d_p , h はそれぞれ MPP の孔径、板厚、 ρ_0 , η_0 , ω は、空気の密度、空気の粘性係数、角周波数を表す。

式(3)と(4)には角周波数が含まれており、孔のインピーダンスが周波数に依存していることがわかる。本研究で用いる FDTD 法は時間領域で計算を行うため、周波数に依存する孔のインピーダンスを直接的に計算するには幾分の工夫を要する。

2.2 解析解法

無限大の MPP 吸音体に平面波が垂直入射する場合、つまり一次元音場における解析モデルを Fig. 3 に示す。 P_1 と P_2 は入射波と透過波の MPP 上での音圧である。また、 v_b は板部分の振動速度、 v_a は v_b に対する孔部分空気の相対速度、 v_x は MPP 近傍の空気の空間平均粒子速度である。

この場合、体積速度の連続性より

$$v_x = \sigma v_a + v_b \quad (5)$$

が成り立つ。ここで、 σ は開孔率である。また、板部分の運動方程式は

$$m \frac{\partial v_b}{\partial t} = P_1 - P_2 \quad (6)$$

と表される。ここで、 m は MPP の面密度である。一方、孔のインピーダンス z_p と v_a の関係は

$$\frac{P_1 - P_2}{z_p} = v_a \quad (7)$$

と書ける。時間項を $e^{-i\omega t}$ とした単一周波数を考えると、

$$v_b = v'_b e^{-i\omega t} \quad (8)$$

となり、式(8)は

$$-i\omega m v_b = P_1 - P_2 \quad (9)$$

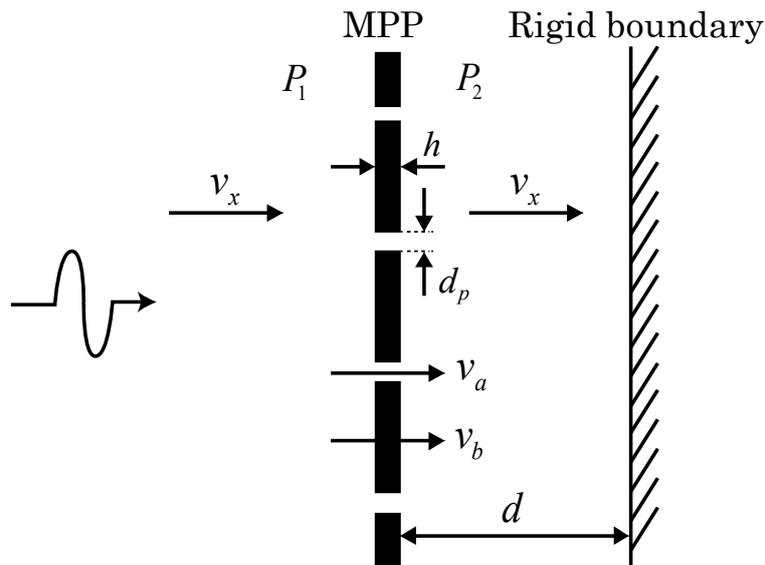


Fig. 3 MPP 吸音体の解析モデル

と表され、

$$v_b = -\frac{P_1 - P_2}{i\omega m} \quad (10)$$

となる。以上の式(7), (10)を式(5)に代入すれば

$$v_x = -\frac{P_1 - P_2}{i\omega m} + \frac{P_1 - P_2}{z_p} \sigma \quad (11)$$

となり、これを変形すれば

$$z = \frac{P_1 - P_2}{v_x} = \left(-\frac{1}{i\omega m} + \frac{\sigma}{z_p} \right)^{-1} \quad (12)$$

が得られる。これは MPP 全体のインピーダンスを表している。MPP 全体のインピーダンスを用いれば、背後空気層がある場合の吸音率 α 、透過率 τ は次式で表される。

$$z_t = Z_0 \frac{e^{-ikd} + e^{ikd}}{e^{-ikd} - e^{ikd}} \quad (13)$$

$$R = \frac{z + z_t - Z_0}{z + z_t + Z_0} \quad (14)$$

$$T = 1 - R = \frac{Z_0}{z + z_t + Z_0} \quad (15)$$

$$\alpha = 1 - |R|^2 \quad (16)$$

$$\tau = |T|^2 \quad (17)$$

ここで、 z_t は透過側背後空気層のインピーダンス、 Z_0 は空気の特徴的インピーダンス、 k は波数、 d は背後空気層厚である。

2.3 数値解法

2.3.1 MPP 境界

ここでは、Fig. 3 と同じ次元音場について FDTD 法による数値解法を行う。式(5)と(6)についてはそのまま使用するが、式(7)の z_p については、虚数が含まれており、FDTD 法による差分近似を行うことができない。そのため、まず式(7)から虚数を取り除くことを考える。

まず、式(7)の両辺に z_p を掛け、右辺の式を実部と虚部にそれぞれ分けると、

$$P_1 - P_2 = v_a Z_{resist} + v_a Z_{react} \quad (18)$$

が得られる。ここで、

$$Z'_{react} = -\frac{Z_{react}}{i\rho_0\omega} = h \left(1 + \frac{1}{\sqrt{9 + (X^2/2)}} + \frac{0.85 d_p}{\eta_0} \right) \quad (19)$$

とおくと、

$$P_1 - P_2 = v_a Z_{resist} - i\rho_0\omega v_a Z'_{react} \quad (20)$$

となる。時間項 $e^{-i\omega t}$ を考慮してこれを変形すれば、

$$P_1 - P_2 = v_a Z_{resist} + \rho_0 Z'_{react} \frac{\partial v_a}{\partial t} \quad (21)$$

が得られる。この両辺を空間離散化幅 Δx で割れば、

$$\rho_0 \frac{Z'_{react}}{\Delta x} \frac{\partial v_a}{\partial t} + \frac{Z_{resist}}{\Delta x} v_a = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (22)$$

となる。これは実効密度 $\rho_0 Z'_{react}/\Delta x$ 、流れ抵抗率 $Z_{resist}/\Delta x$ 、外力 $-\partial P/\partial x$ の運動方程式を表している。以上より、式(7)に見られた虚数の一部が取り除かれたので、差分近似をすることが可能となった。

以上の式(5)、(6)、(22)を中心差分近似すると、更新式は以下ようになる。

$$v_x^{n+\frac{1}{2}} = \sigma v_a^{n+\frac{1}{2}} + v_b^{n+\frac{1}{2}} \quad (23)$$

$$v_b^{n+\frac{1}{2}} = v_b^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{m} (P_2^n - P_1^n) \quad (24)$$

$$v_a^{n+\frac{1}{2}} = \left(\frac{2\rho_0 Z'_{react} - Z_{resist} \Delta t}{2\rho_0 Z'_{react} + Z_{resist} \Delta t} \right) v_a^{n-\frac{1}{2}} - \left(\frac{2\Delta t}{2\rho_0 Z'_{react} + Z_{resist} \Delta t} \right) (P_2^n - P_1^n) \quad (25)$$

となる。ここで右肩添え字 n は時間ステップを表す。この3式を用いた FDTD 法により MPP 近傍の空気の粒子速度 v_x を更新し、その他の部分の伝搬計算に用いることで、場全体を解くことが可能となる。入射側に置かれた受音点の音圧時間応答を計算し、入射波と反射波を時間軸上で分離すれば、それぞれのフーリエ変換結果から吸音率、また、透過側に置かれた受音点の音圧時間応答と入射波から透過率を求めることができる。

2.3.2 孔のインピーダンス

前項で導いた更新式を用いれば FDTD 法による計算を行えるが、式(25)には周波数に依存する Z_{resist} と Z'_{react} が含まれており、時間領域解法である FDTD 法では直接更新式として使用することはできない。そのため、これらを周波数に依存しない定数で近似することを考える。

一般的な MPP のパラメータである孔径が 0.05 mm~1.00 mm、板厚が 0.05 mm~1.00 mm の範囲について、背後層厚を 50 mm とした際に吸音率が最大になる時の周波数を式(2)と(4)に代入し、 Z_{resist} を目的変数、 d_p^2/h と d_p を説明変数とした重回帰分析結果に基づき、以下の式のような周波数に依存しない定数を導いた。

$$Z_{resist} = \frac{8\eta_0 h}{(d_p/2)^2} \left(1958.32 \times \frac{d_p^2}{h} + 1984.13 \times d_p \right) \quad (26)$$

Fig. 4 には観測値と予測値の散布図、Fig. 5 には残差を示す。Fig. 5 を見ると、残差プロットに規則性を確認できるため、今後さらに改善の余地があることがわかる。また、式(26)の決定係数 R^2 は 0.9961 という値となり、非常に高い相関を得られた式となった。

一方、式(19)の右辺括弧内第 2 項は周波数の値を 0 から無限大にしても、項の値は 0 から 1/3 の範囲の値しかとらないため、周波数による影響がそれほど大きくないと判断し、本研究では回帰分析を行わず、そのまま式(19)の X にゼロを代入し、次式を求めた。

$$Z'_{react} = h \left(\frac{4}{3} + \frac{0.85d_p}{h} \right) \quad (27)$$

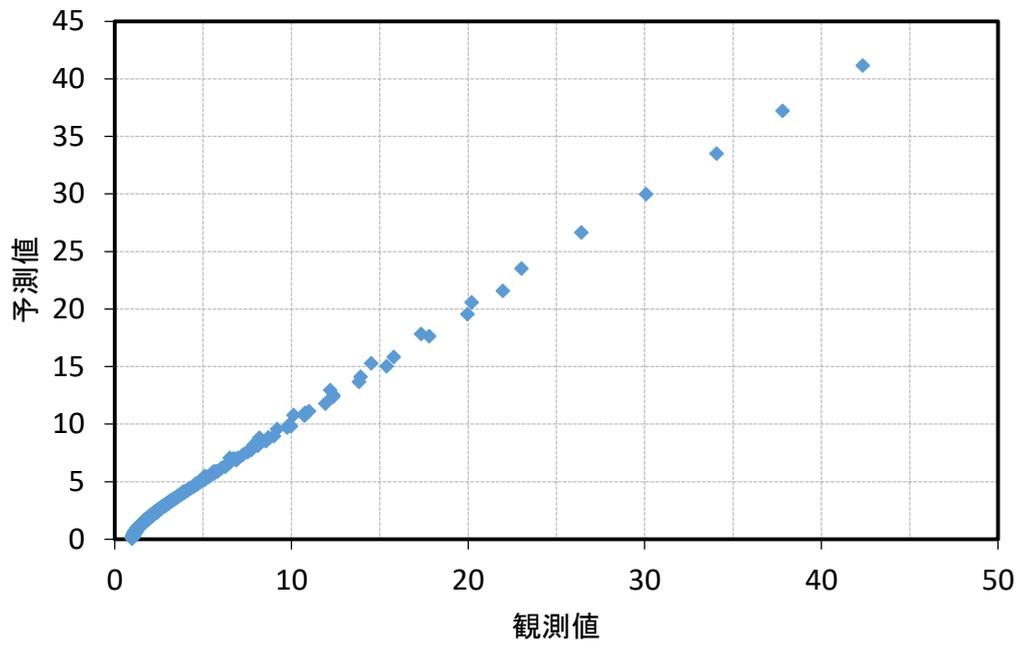


Fig. 4 予測値と観測値

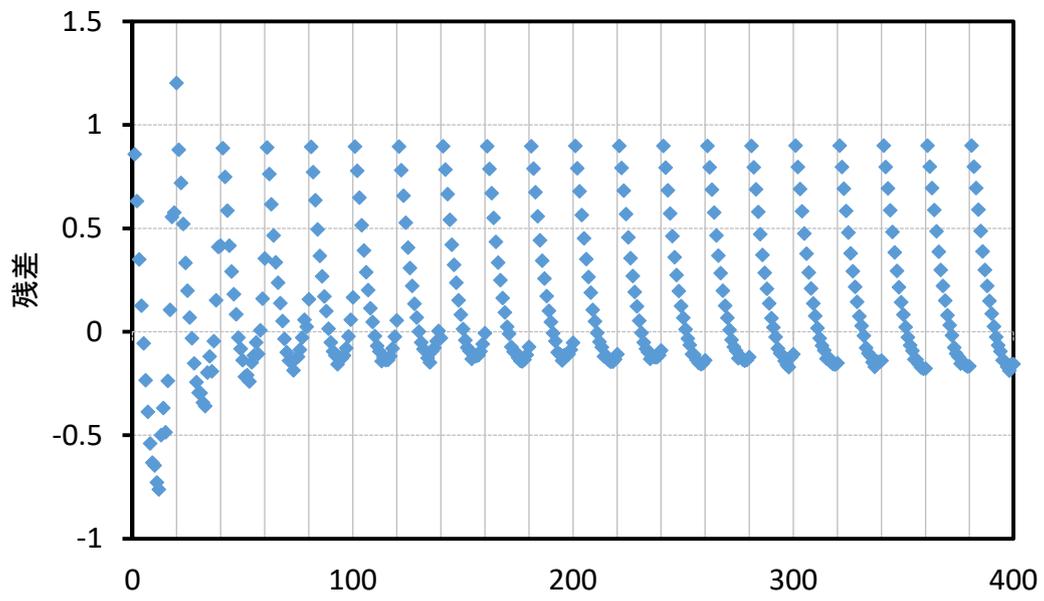


Fig. 5 残差プロット

2.4 吸音特性の検討

本節では、MPP 吸音体の吸音特性について、式(23)~(27)を用いた FDTD 法による数値解と解析解の比較を行う。

2.4.1 解析条件

ここでは、Fig. 6 に示すような音場において、剛壁から $d = 50$ [mm] 離れた位置に配置した孔径 $d_p = 0.5$ [mm]、板厚 $h = 0.5$ [mm]、開孔率 $\sigma = 0.785\%$ の MPP 吸音体について、解析解と FDTD 法による数値解の解析を行う。ここで、音速 $c = 343.5$ [m/s]、空間離散化幅 $\Delta x = 0.001$ [m]、時間離散化幅 $\Delta t = 2.91$ [s]、空気密度 $\rho_0 = 1.205$ [kg/m³]、空気粘性率 $\eta_0 = 1.8 \times 10^{-5}$ [Pa s] とする。また、音源はガウシアンパルスの平面波とし、MPP 吸音体に垂直に入射する場合を考える。また、Fig. 6 に示すような MPP 境界から剛壁側に 25 mm 離れた位置に受音点、また、その逆側 500 mm の位置にも受音点を置いた。なお、音源側空間は半無限空間とし、それを模擬するため、適当な位置に表面インピーダンス $\rho_0 c$ を与えた完全吸収境界を設けた。

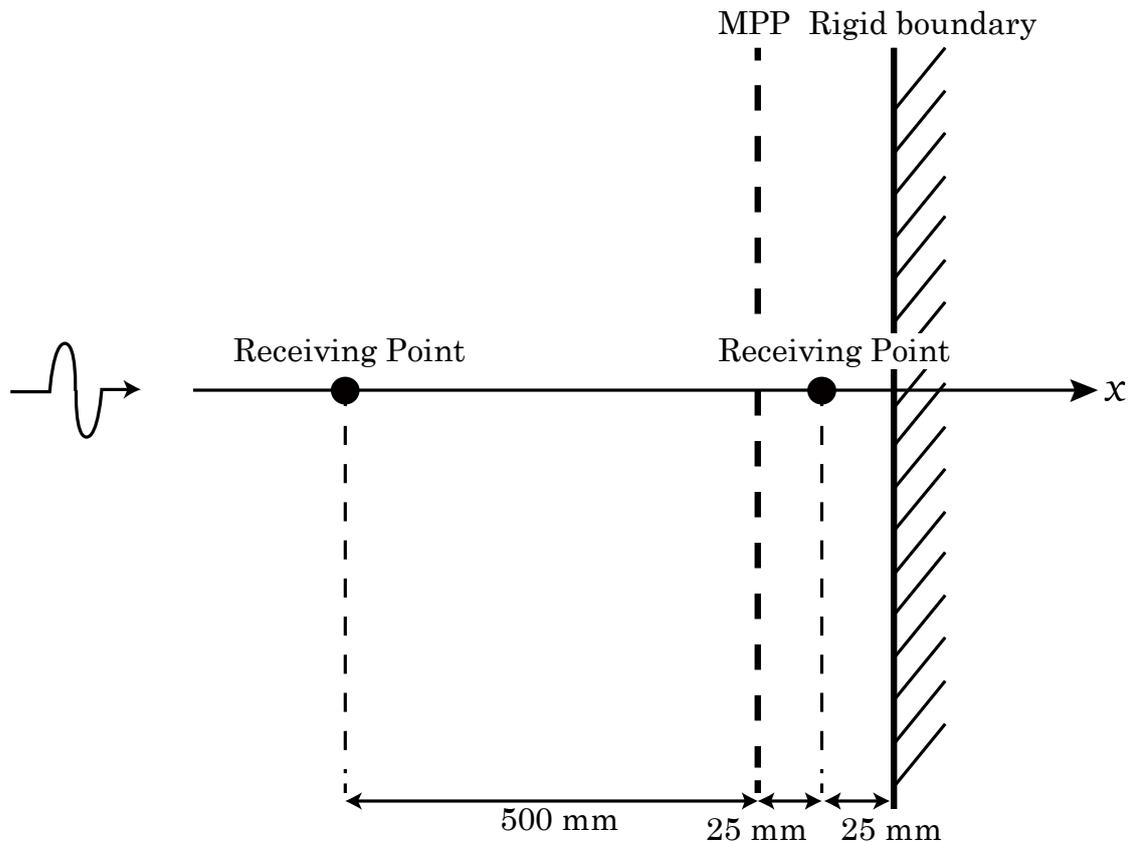


Fig. 6 一次元音場における FDTD 法による解析

2.4.2 解析結果と考察

Fig.7 に MPP 吸音体の吸音率の比較結果、また、MPP の透過インピーダンス比の実部と虚部の比較結果を Fig.8 と Fig.9 に示す。Fig.7 より MPP 吸音体の解析解の値と数値解の値がよく一致していることがわかる。Fig.8 を見ると若干の誤差が生じているが、これは本来周波数依存を持つ孔のインピーダンスを定数を用いた近似式に置き換えたことによる誤差と考えられる。しかしながら、概形はよく表現できており、そのため、吸音率に大きな誤差を生じなかったものと思われる。

また、ここでは空気層厚を重回帰分析時と同じ 50 mm と設定した場合の結果で比較を行ったが、空気層を 25 mm、150 mm、450 mm と設定した場合においても比較を行った。それぞれの結果は Fig.10、Fig.11、Fig.12 に示す。それらのグラフより、空気層を 50 mm とした場合に比べると誤差は大きくなったが、周波数のピークの位置はおおむね一致する結果を得られた。

一方、背後層が無い場合の MPP 単体についても検討した。Fig.13 には MPP 単体の実部の透過インピーダンス、Fig.14 には虚部の透過インピーダンス、Fig.15 には MPP 単体の解析解と数値解の吸音率の比較結果を示す。これらより、解析解と数値解の値がよく一致する結果を得られた。

以上より、本報で導出した式(23)～(27)による高い予測精度を確認でき、また、背後層が無い場合を含めた幅広い背後層厚に対する有用性を示すことができた。これより、本提案手法を用いることで背後層の有無に関わらず MPP の吸音特性予測を FDTD 法で行うことができたと考えられる。

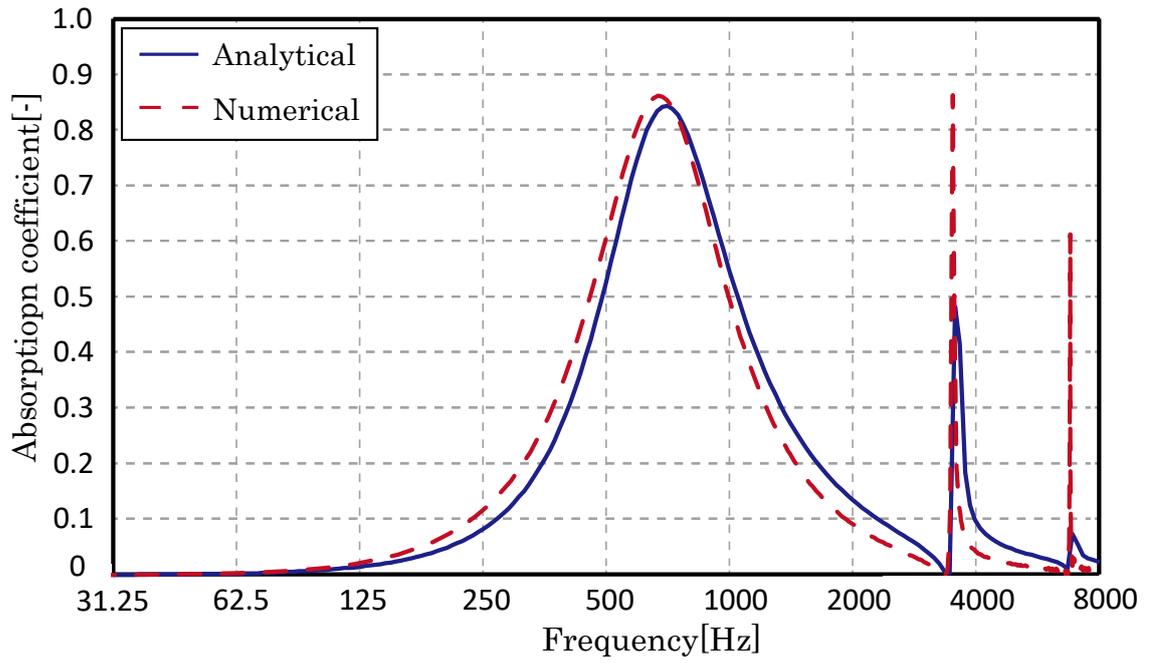


Fig. 7 MPP 吸音体吸音特性 (背後空気層=50mm)

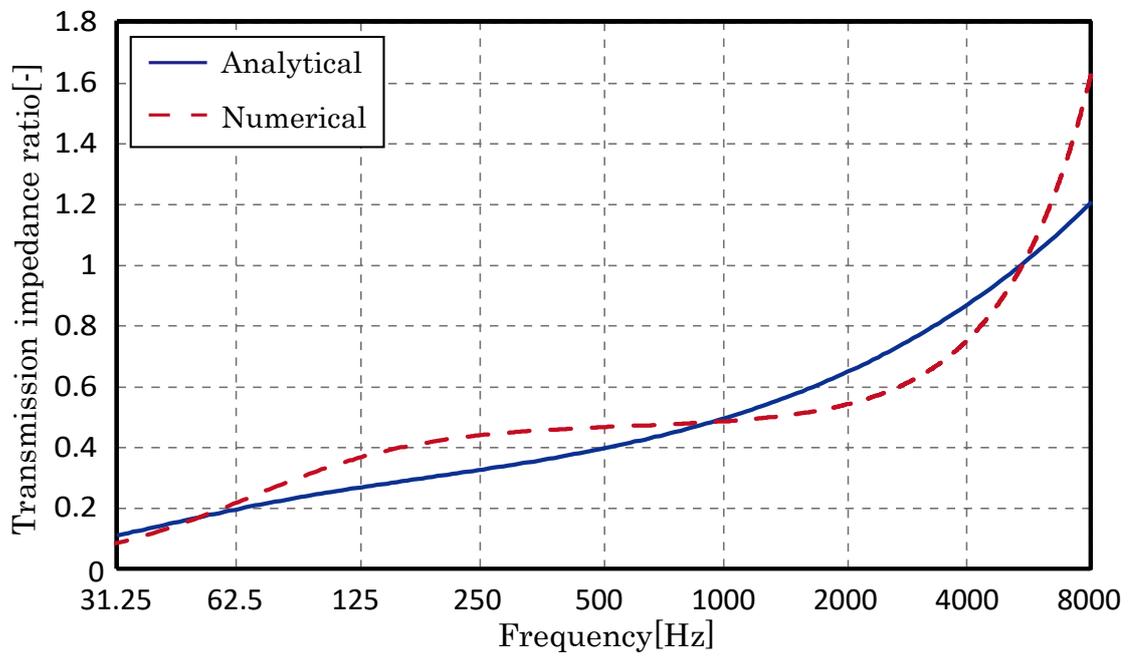


Fig. 8 透過インピーダンス比-実部 (背後空気層=50mm)

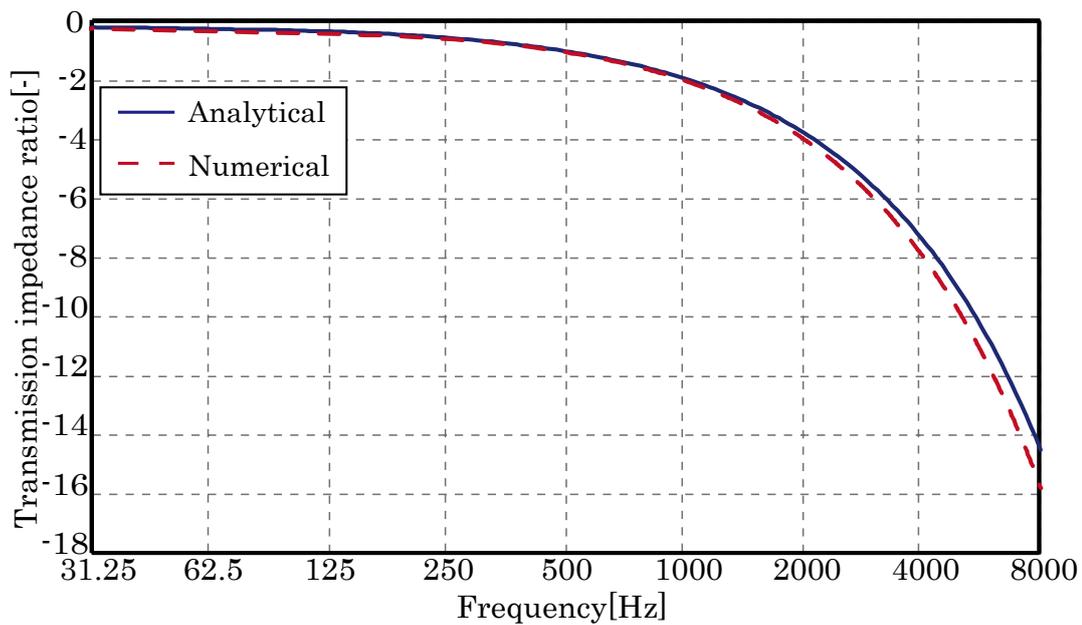


Fig. 9 透過インピーダンス比-虚部 (背後空気層 = 50 [mm])

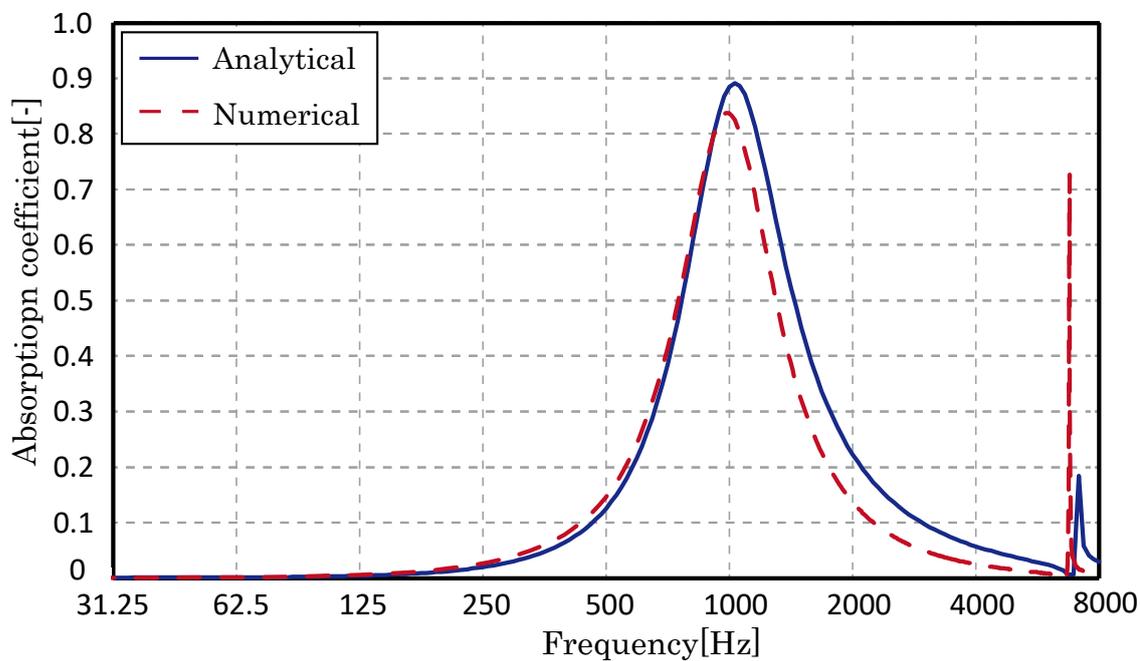


Fig. 10 MPP 吸音体吸音特性 (背後空気層 = 25 [mm])

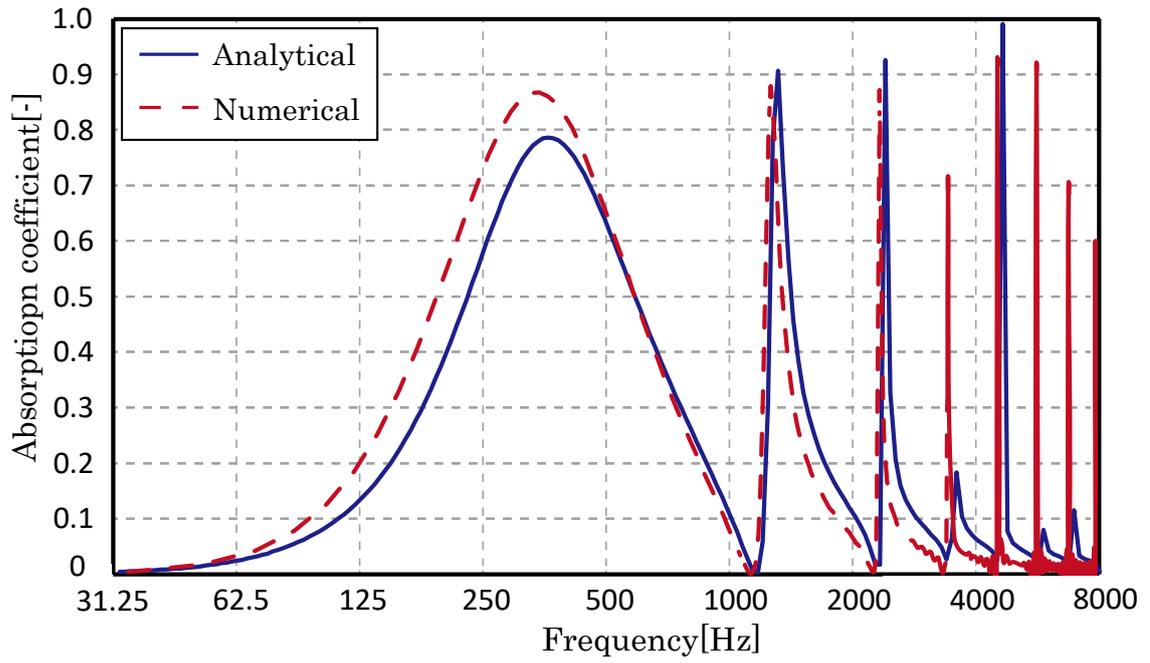


Fig. 11 MPP 吸音体吸音特性 (背後空氣層 = 150 [mm])

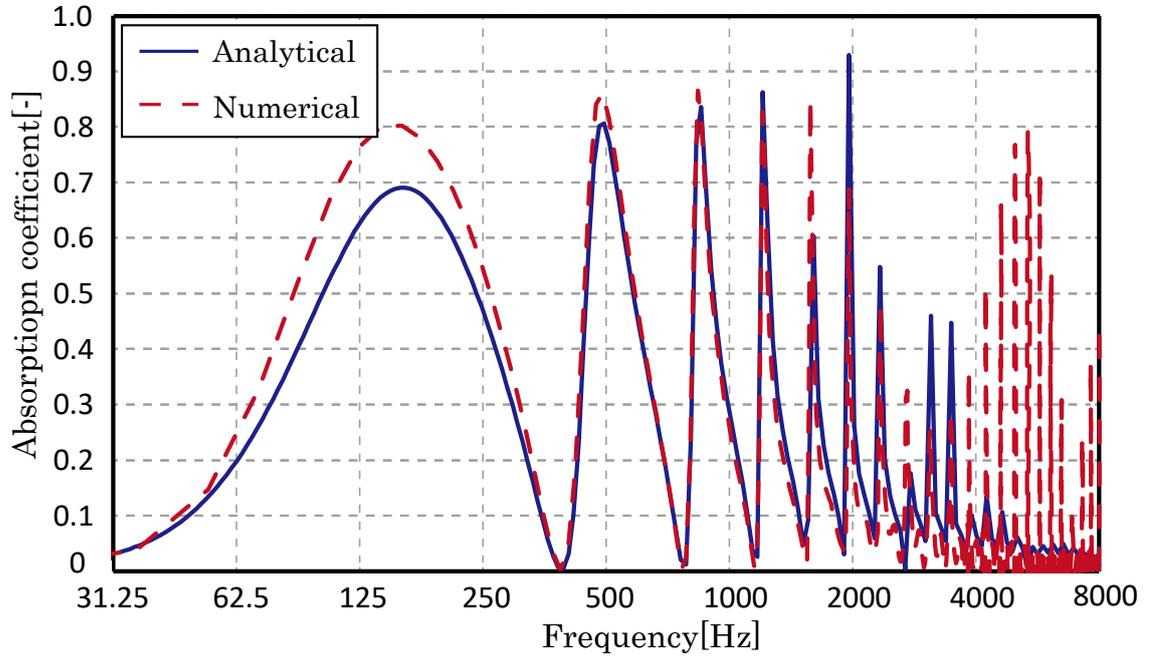


Fig. 12 MPP 吸音体吸音特性 (背後空氣層 = 450 [mm])

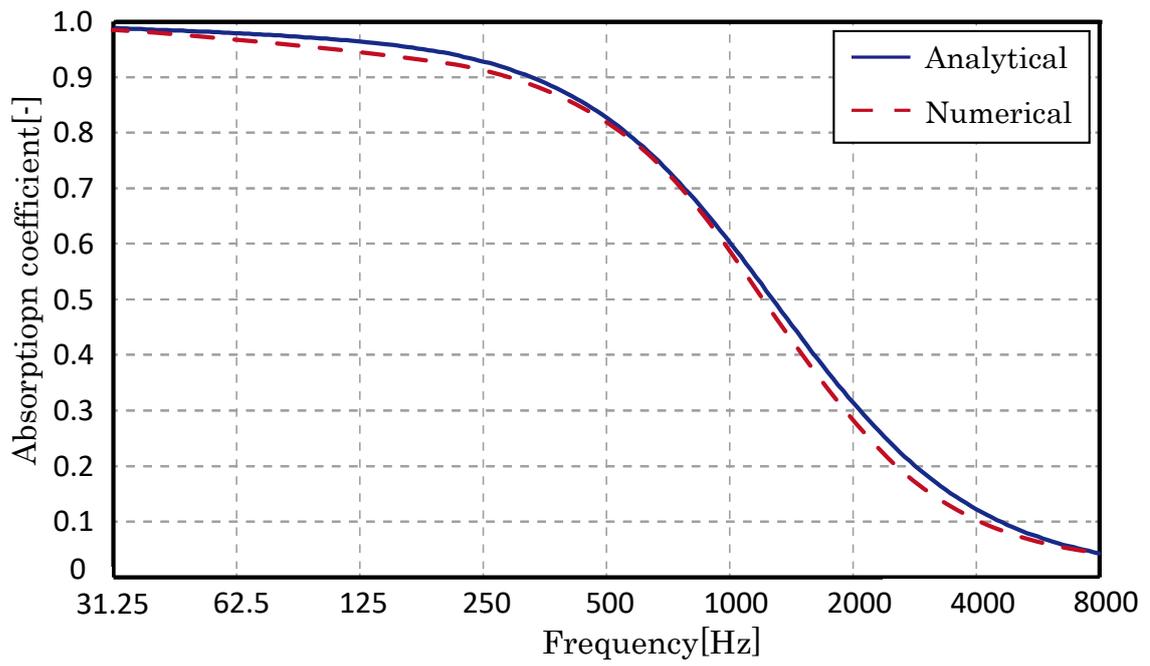


Fig. 13 MPP 単体吸音体吸音特性

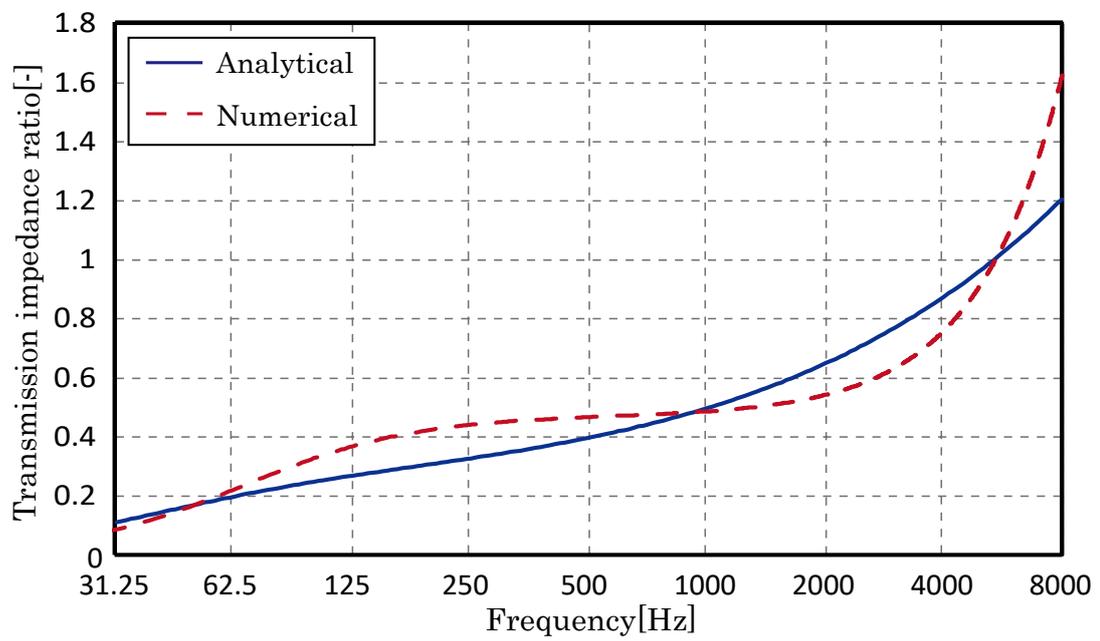


Fig. 14 MPP 単体透過インピーダンス (実部)

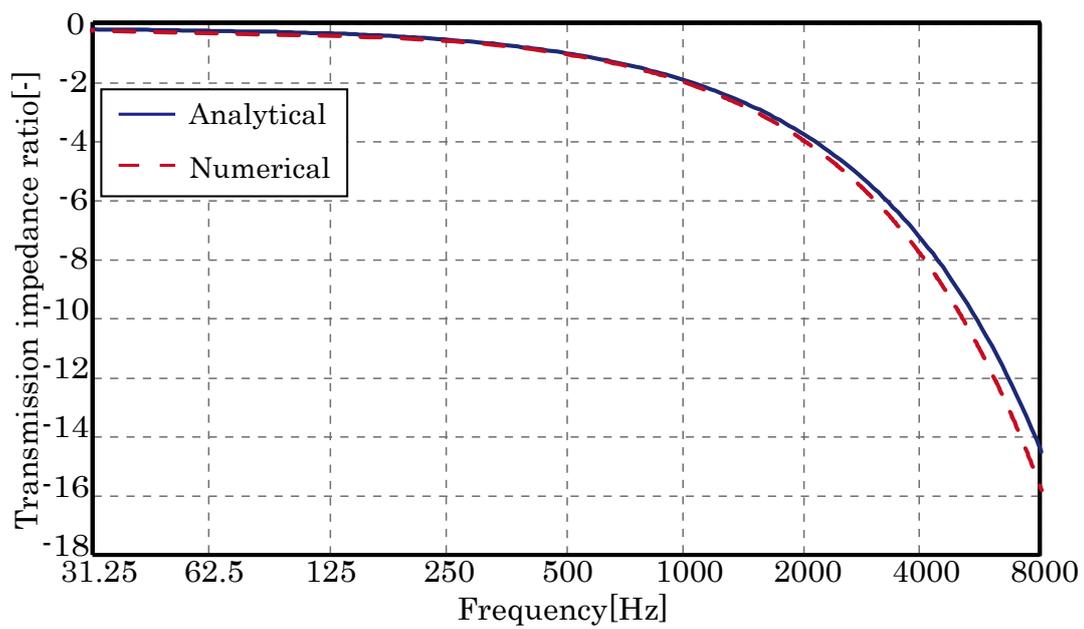


Fig. 15 MPP 単体透過インピーダンス (虚部)

2.5 安定条件の検討

本節では、一次元音場に MPP の境界条件を適用した場合の安定条件について検討する。FDTD 法は微分を差分商に置き換えるだけという非常に簡明な原理を持つ反面、条件の設定によっては解が発散したり、波形が乱れたりすることがあるので、実際の運用上は注意が必要である。ここで、一次元音場における波動伝搬の安定条件は、音速を c 、空間離散化幅を Δx すると時間離散化幅 Δt の条件は以下のように表せる。これを CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) 条件と呼ぶ。

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c} \quad (28)$$

時間離散化幅 Δt を式 (28) の右辺以下の値に設定すれば FDTD 法の計算において解が発散しないはずである。しかし、例えば、前節と同じ孔径 0.5 mm、板厚 0.5 mm、開孔率 0.785% の MPP について空間離散化幅を 0.2 m とした場合については、空気の伝搬条件を満たしていても解が発散した。したがって、FDTD 法において MPP の計算を行う場合には、MPP の境界条件そのものの安定条件を考慮する必要があることがわかる[4-5]。

2.5.1 安定条件式の導出

ここでは、状態遷移方程式を利用して、一次元音場における MPP 境界の安定条件式を導出する。まず、一次元音場の MPP 境界に隣接するセルとそのセル内の物理量の参照点の関係を Fig. 16 に示す。ここで、入射側と透過側の音圧を P_1 と P_2 、 x 方向の粒子速度を $v_{x1,2}$ 、体積弾性率 $\kappa_{1,2}$ 、MPP 境界上の粒子速度を v_x 、音速を $c_{1,2}$ 、媒質密度を $\rho_{1,2}$ とする。このとき、MPP 境界と接していない面には流体セルの特性インピーダンス $Z_{1,2}$ を与え、完全吸収境界とすれば、それぞれの境界条件は、

$$-v_{x1} = \frac{P_1}{Z_1} \quad (29)$$

$$v_{x2} = \frac{P_2}{Z_2} \quad (30)$$

となる。また、連続方程式より、

$$\frac{\partial P_1}{\partial t} = -\kappa_1 \frac{\partial v_{x1}}{\partial x} \quad (31)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial t} = -\kappa_2 \frac{\partial v_{x2}}{\partial x} \quad (32)$$

が得られ、式(29)~(32)をそれぞれ離散化すると、次式が得られる。

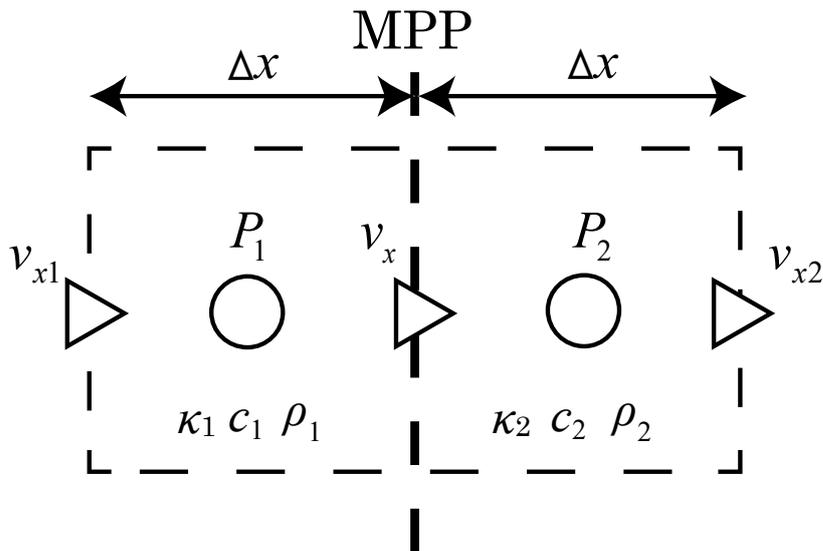


Fig. 16 一次元音場における物理参照点

$$-v_{x1}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{P_1^n}{Z_1} \quad (33)$$

$$v_{x2}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{P_2^n}{Z_2} \quad (34)$$

$$\frac{P_1^{n+1} - P_1^n}{\Delta t} = -\kappa_1 \frac{v_x^{n+1} - v_{x1}^n}{\Delta t} \quad (35)$$

$$\frac{P_2^{n+1} - P_2^n}{\Delta t} = -\kappa_2 \frac{v_{x2}^{n+1} - v_x^n}{\Delta t} \quad (36)$$

したがって、更新式は

$$P_1^n = -Z_1 v_{x1}^{n+\frac{1}{2}} \quad (37)$$

$$P_2^n = Z_2 v_{x2}^{n+\frac{1}{2}} \quad (38)$$

$$P_1^{n+1} = P_1^n - \frac{\kappa_1 \Delta t}{\Delta x_1} \left(v_x^{n+\frac{1}{2}} - v_{x1}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (39)$$

$$P_2^{n+1} = P_2^n - \frac{\kappa_2 \Delta t}{\Delta x_2} \left(v_{x2}^{n+\frac{1}{2}} - v_x^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (40)$$

と表すことができる。

ここで、 $v_x^{n+\frac{1}{2}}$ 、 $v_{x1}^{n+\frac{1}{2}}$ 、 $v_{x2}^{n+\frac{1}{2}}$ にそれぞれ式(23)、(33)、(34)を代入すると、

$$P_1^{n+1} = P_1^n - \frac{\kappa_1 \Delta t}{\Delta x_1} \left(\sigma v_a^{n+\frac{1}{2}} + v_b^{n+\frac{1}{2}} + \frac{P_1^n}{Z_1} \right) \quad (41)$$

$$P_2^{n+1} = P_2^n - \frac{\kappa_2 \Delta t}{\Delta x_2} \left(-\sigma v_a^{n+\frac{1}{2}} - v_b^{n+\frac{1}{2}} + \frac{P_2^n}{Z_2} \right) \quad (42)$$

となる。また、 $v_b^{n+\frac{1}{2}}$ に式(24)を代入すると

$$P_1^{n+1} = P_1^n - \frac{\kappa_1 \Delta t}{\Delta x_1} \left(\sigma v_a^{n+\frac{1}{2}} + v_b^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{m} (P_1^n - P_2^n) + \frac{P_1^n}{Z_1} \right) \quad (43)$$

$$P_2^{n+1} = P_2^n - \frac{\kappa_2 \Delta t}{\Delta x_2} \left(-\sigma v_a^{n+\frac{1}{2}} - v_b^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{m} (P_2^n - P_1^n) + \frac{P_2^n}{Z_2} \right) \quad (44)$$

が得られる。式 (43) と式 (44) に $v_a^{n+\frac{1}{2}}$ に関する更新式 (25) を代入すると、

$$P_1^{n+1} = P_1^n - \frac{\kappa_1 \Delta t}{\Delta x_1} \left(\sigma A v_a^{n-\frac{1}{2}} - \sigma B (P_2^n - P_1^n) + v_b^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{m} (P_1^n - P_2^n) + \frac{P_1^n}{Z_1} \right) \quad (45)$$

$$P_2^{n+1} = P_2^n - \frac{\kappa_2 \Delta t}{\Delta x_2} \left(-\sigma A v_a^{n-\frac{1}{2}} + \sigma B (P_2^n - P_1^n) - v_b^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{m} (P_1^n - P_2^n) + \frac{P_2^n}{Z_2} \right) \quad (46)$$

ここで、

$$A = \frac{2 \rho_0 Z'_{react} - Z_{resist} \Delta t}{2 \rho_0 Z'_{react} + Z_{resist} \Delta t} \quad (47)$$

$$B = \frac{2 \Delta t}{2 \rho_0 Z'_{react} + Z_{resist} \Delta t} \quad (48)$$

である。式 (45) と式 (46)、また、式 (21) と式 (22) を変形すれば、

$$P_1^{n+1} = P_1^n \left(1 - \sigma B X_1 - X_1 Y - \frac{X_1}{Z_1} \right) + P_2^n (\sigma B X_1 + X_1 Y) + v_a^{n-\frac{1}{2}} (-\sigma A X_1) + v_b^{n-\frac{1}{2}} (-X_1) \quad (49)$$

$$P_2^{n+1} = P_2^n \left(1 - \sigma B X_2 - X_2 Y - \frac{X_2}{Z_2} \right) + P_1^n (\sigma B X_2 + X_2 Y) + v_a^{n-\frac{1}{2}} (\sigma A X_2) + v_b^{n-\frac{1}{2}} X_2 \quad (50)$$

$$v_a^{n+\frac{1}{2}} = P_1^n B - P_2^n B + v_a^{n-\frac{1}{2}} A \quad (51)$$

$$v_b^{n+\frac{1}{2}} = P_1^n Y - P_2^n Y + v_b^{n-\frac{1}{2}} \quad (52)$$

と表すことができる。ここで、

$$X_1 = \frac{\kappa_1 \Delta t}{\Delta x_1}, \quad X_2 = \frac{\kappa_2 \Delta t}{\Delta x_2} \quad (53)$$

$$Y = \frac{\Delta t}{m} \quad (54)$$

である。これらの式と前節の式(23)、(24)、(25)から次式で表される状態遷移方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} P_1^{n+1} \\ P_2^{n+1} \\ v_a^{n+\frac{1}{2}} \\ v_b^{n+\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - X_1(\sigma B + Y + Q_1) & X_1(\sigma B + Y) & -\sigma A X_1 & -X_1 \\ X_2(\sigma B + Y) & 1 - X_2(\sigma B + Y + Q_2) & \sigma A X_2 & X_2 \\ B & -B & A & 0 \\ Y & -Y & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^n \\ P_2^n \\ v_a^{n-\frac{1}{2}} \\ v_b^{n-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (55)$$

ここで、

$$Q_1 = \frac{1}{Z_1}, \quad Q_2 = \frac{1}{Z_2} \quad (56)$$

である。

式(55)の左辺は右辺のベクトルの時間ステップが1つ進んだ時点の値を表しており、この式を状態遷移方程式と呼ぶ。右辺の行列内の全ての固有値の絶対値が1以下であれば解が発散しない。そのMPP境界の Δt と波動伝搬の安定条件による Δt とを比較して、より小さいほうを採用すれば安定した計算が可能となる。

2.5.2 条件設定と結果

Fig. 17 に孔径 $d_p = 0.5$ [mm]、板厚 $h = 0.5$ [mm]、開孔率 $\sigma = 0.785\%$ の一次元音場の波動伝搬と MPP 境界に関して安定となる最大の時間離散化幅 Δt を示す。安定条件として、波動伝搬の式(28)、および、式(55)から導かれる MPP の安定条件の両方を満たす Δt を用いれば安定した解を得ることができる。

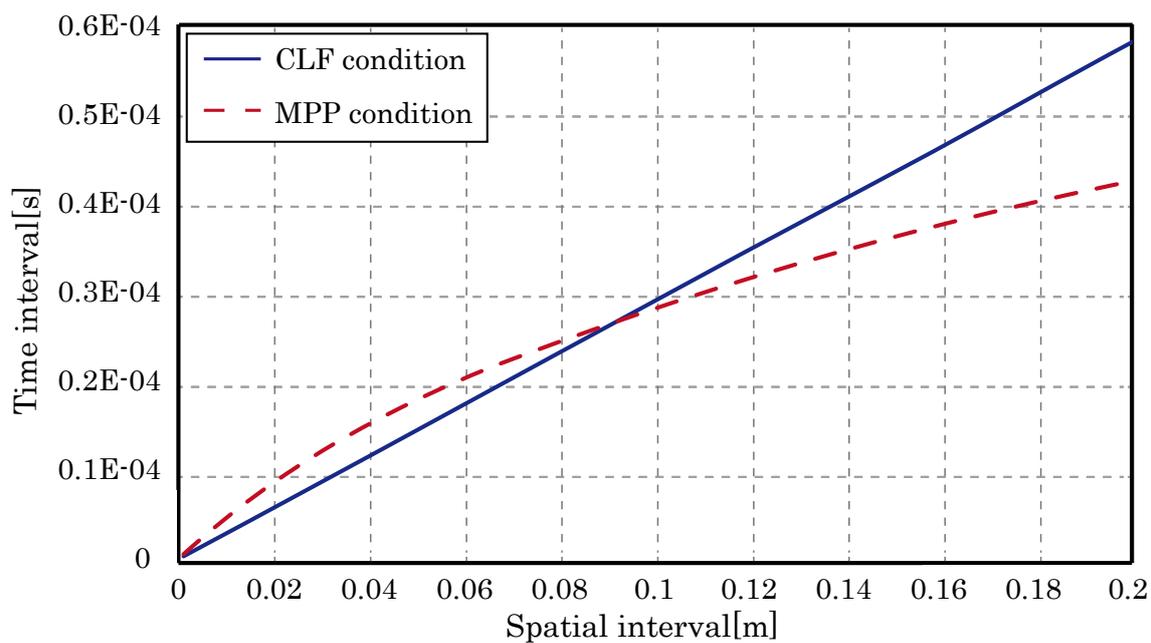


Fig. 17 一次元音場の安定条件

2.6 安定条件の傾向

ここでは、孔径、板厚、面密度といったパラメータを変えた MPP の安定条件の傾向を検討する。

2.6.1 孔径の変化による影響

ピッチと板厚と面密度を固定し、孔径 d_p を 5.00×10^{-6} m (Case 1)、 5.00×10^{-5} m (Case 2)、 5.00×10^{-4} m (Case 3) と変えた場合について検討する。Table 1 にそれぞれの MPP のパラメータ、および、Fig. 18 に波動伝搬とそれぞれの MPP の安定条件を満たす最大の Δt の結果を示す。これより、孔径が大きい、すなわち、開孔率が大きいほど MPP の安定条件が厳しくなる (=安定条件を満たす最大の Δt が小さくなる) ことがわかる。

Table 1

	case 1	case 2	case 3
d_p [m]	5.00×10^{-6}	5.00×10^{-5}	5.00×10^{-4}
p_t [m]	5.00×10^{-3}	5.00×10^{-3}	5.00×10^{-3}
h [m]	5.00×10^{-4}	5.00×10^{-4}	5.00×10^{-4}
m [kg/m ²]	6.00×10^{-1}	6.00×10^{-1}	6.00×10^{-1}

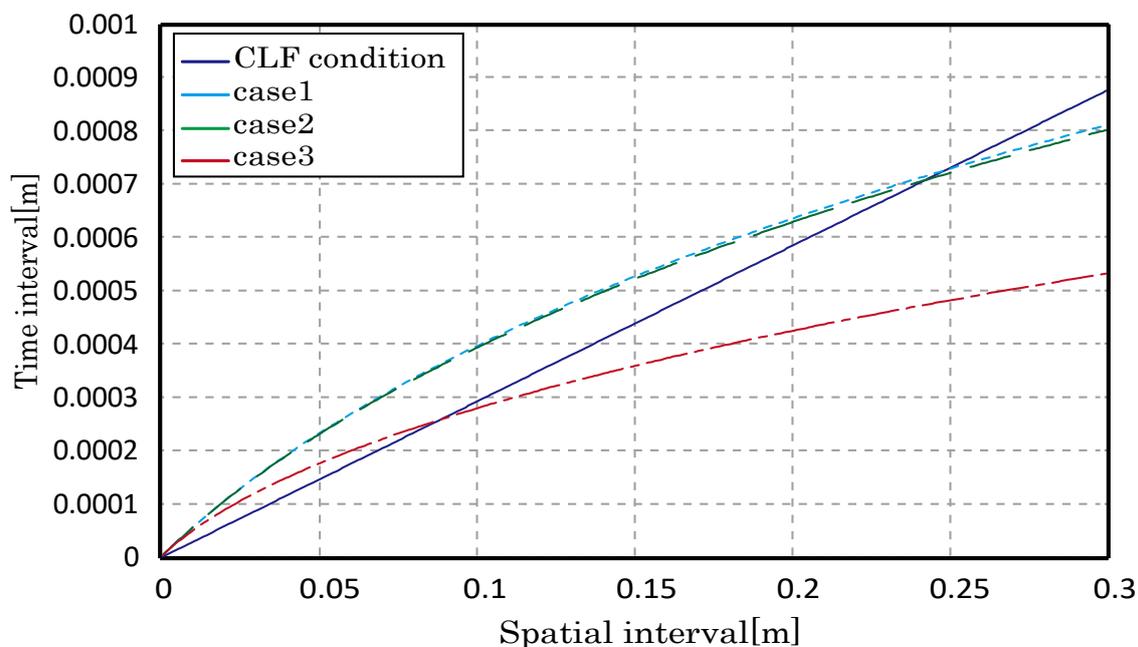


Fig. 18 孔径の違いによる安定条件

2.6.2 板厚の変化による影響

次に、孔径とピッチと面密度を固定し、板厚 h を 5.00×10^{-5} m (Case 1)、 5.00×10^{-4} m (Case 2)、 5.00×10^{-3} m (Case 3) と変えた場合について検討する。Table 2 に MPP のパラメータ、および、Fig. 19 に波動伝搬とそれぞれの MPP の安定条件を満たす最大の Δt の結果を示す。これより、板厚が薄くなるほど、安定条件が厳しくなることがわかる。

Table 2

	case 4	case 3	case 5
d_p [m]	5.00×10^{-4}	5.00×10^{-4}	5.00×10^{-4}
p_t [m]	5.00×10^{-3}	5.00×10^{-3}	5.00×10^{-3}
h [m]	5.00×10^{-5}	5.00×10^{-4}	5.00×10^{-3}
m [kg/m ²]	6.00×10^{-1}	6.00×10^{-1}	6.00×10^{-1}

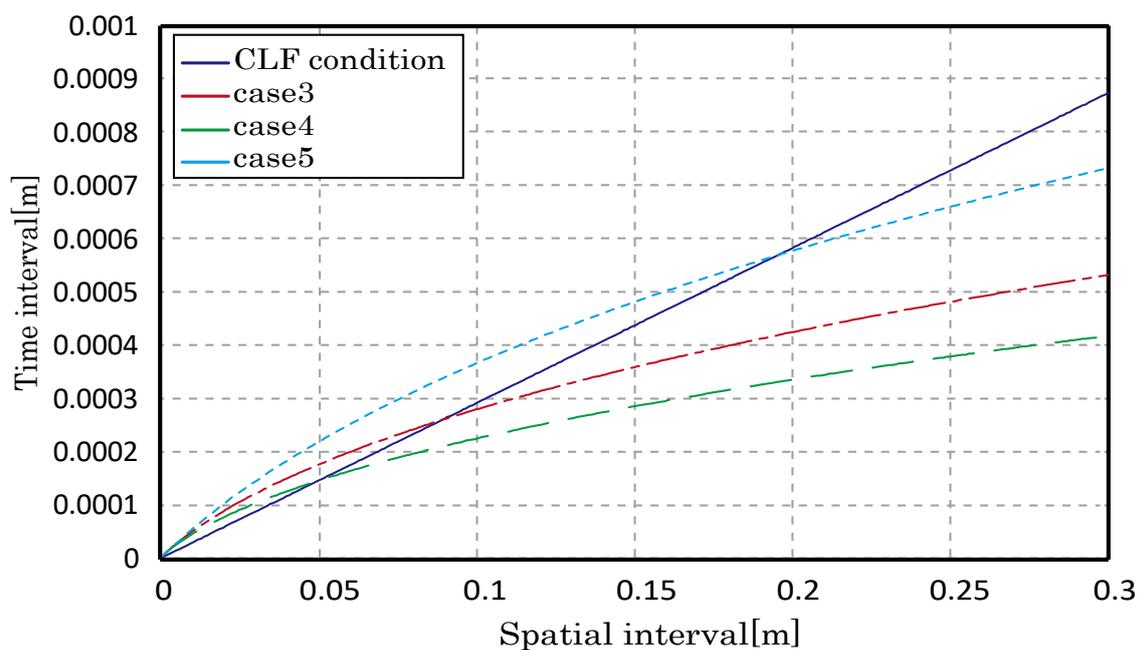


Fig. 19 板厚の違いによる安定条件

2.6.3 面密度の変化による影響

次に、孔径とピッチと板厚を固定し、面密度 m を $6.00 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^2$ (Case 1)、 $6.00 \times 10^{-1} \text{ kg/m}^2$ (Case 2)、 6.00 kg/m^2 (Case 3)とした場合について検討する。Table 3 に MPP のパラメータ、および、Fig. 20 に波動伝搬とそれぞれの MPP の安定条件を満たす最大の Δt の結果を示す。これより、面密度が小さくなるほど、安定条件が厳しくなることがわかる。

Table 3

	case 8	case 9	case 3
d_p [m]	5.00×10^{-4}	5.00×10^{-4}	5.00×10^{-4}
p_t [m]	5.00×10^{-3}	5.00×10^{-3}	5.00×10^{-3}
h [m]	5.00×10^{-4}	5.00×10^{-4}	5.00×10^{-4}
m [kg/m ²]	6.00×10^{-2}	6.00×10^{-1}	6.00

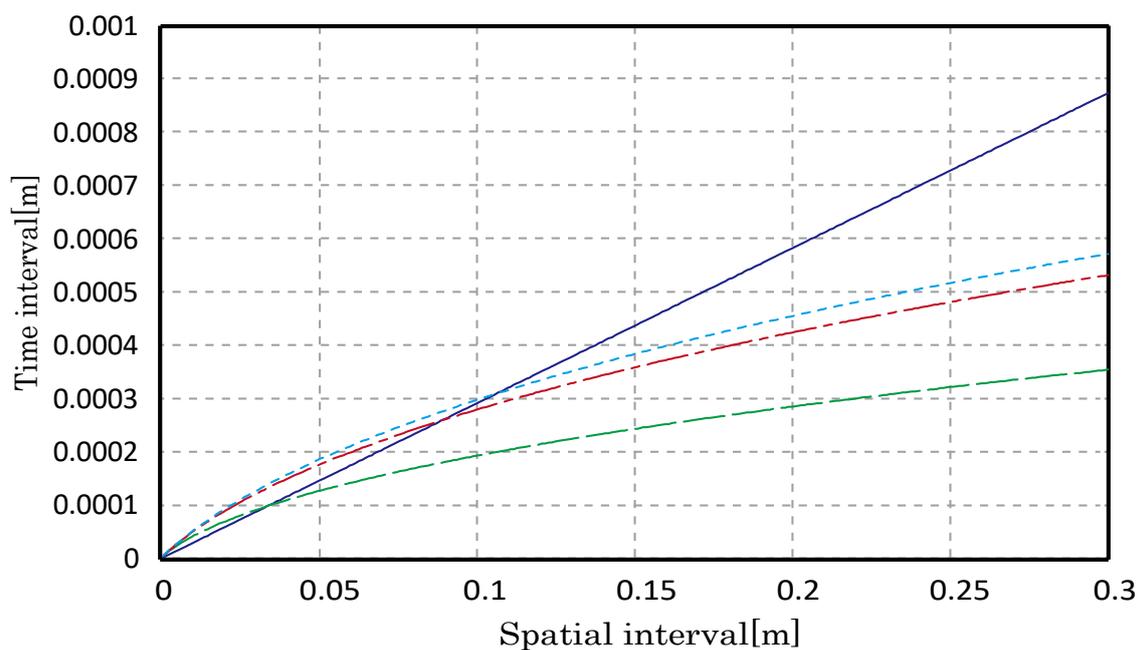


Fig. 20 面密度の違いによる安定条件

2.6.4 孔径とピッチの変化による影響

最後に、板厚と面密度を固定し、開孔率を変えずに孔径とピッチの値を変化させた場合について検討する。Table 4 に MPP のパラメータ、および、Fig. 21 に波動伝搬とそれぞれの MPP の安定条件を満たす最大の Δt の結果を示す。これより、開孔率が一定ならば孔径が小さくなるほど安定条件が厳しくなることがわかる。

Table 4

	case 9	case 8	case 3
d_p [m]	5.00×10^{-6}	5.00×10^{-5}	5.00×10^{-4}
p_t [m]	5.00×10^{-5}	5.00×10^{-4}	5.00×10^{-3}
h [m]	5.00×10^{-4}	5.00×10^{-4}	5.00×10^{-4}
m [kg/m ²]	6.00×10^{-1}	6.00×10^{-1}	6.00×10^{-1}

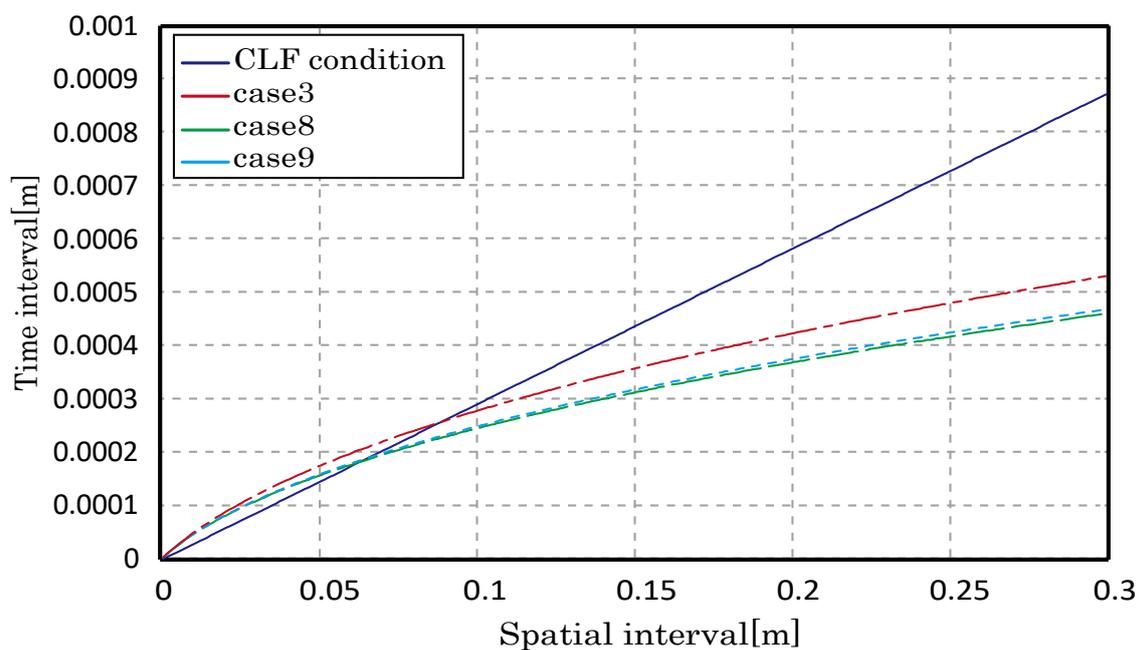


Fig. 21 孔径とピッチの違いによる安定条件

2.6.5 考察

本節では、様々な条件における空気伝搬と MPP の安定条件の値を比較した。検討の結果、無条件に安定というわけではないが、一般的なパラメータを有する MPP を対象とした解析において、空間離散化幅を数 10 mm 以下に設定するのであれば、空気伝搬の安定条件のほ
うが厳しくなる可能性が高いことがわかる。

3 三次元音場における検討

前章までの議論より、一次元音場での FDTD 法による吸音特性の予測を確認でき、また、MPP 境界の安定条件を導出することで、一次元音場で MPP 吸音体を取り扱うことが可能となった。しかし、実際の建築空間は三次元空間であるため、実用化するためには三次元に拡張した解析を行う必要がある。そこで本章では、三次元音場を解析するために、まず三次元音場における安定条件の導出を行い、次に三次元音場への MPP 境界の導入を行う。

3.1 安定条件

本節では、三次元音場における MPP 境界の安定条件を導出する。波動伝搬の安定条件は、前章までは一次元での検討であったため、式(28)に示すような関係であったが、三次元においては以下のような式となる。

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta y}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}} \quad (57)$$

ここで、音速は c 、 x, y, z 軸方向の空間離散化幅は $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 、時間離散化幅は Δt である。前章と同様に MPP のパラメータによっては波動伝搬の安定条件を満たしていても解が発散した。したがって、一次元音場と同様に三次元 FDTD 解析において MPP の計算を行う場合には、MPP の境界条件そのものの安定条件を考慮する必要がある。

3.1.1 安定条件式の導出

ここでは、前章と同じく状態遷移方程式を利用して、三次元音場における MPP 境界の安定条件式を導出する。まず、三次元音場の MPP 境界に隣接するセルとそのセル内の物理量の参照点の関係を Fig. 22 に示す。ここで、入射側と透過側の音圧を P_1 と P_2 、 x 方向の粒子速度を $v_{x1,2}$ 、 y 方向の粒子速度を $v_{y1,2,3,4}$ 、 z 方向の粒子速度を $v_{z1,2,3,4}$ 、体積弾性率を $\kappa_{1,2}$ 、MPP 境界上の粒子速度を v_x 、 x 、 y 、 z 軸方向の空間離散化幅をそれぞれ Δx 、 Δy 、 Δz 、音速を $c_{1,2}$ 、媒質密度を $\rho_{1,2}$ とする。このとき、MPP 境界と接していない面には流体セルの特性インピーダンス $Z_{1,2}$ を与え、完全吸収境界とすれば、それぞれの境界条件は、

$$-v_{x1} = -v_{y1} = -v_{z1} = \frac{P_1}{Z_1} \quad (58)$$

$$v_{y2} = v_{z2} = \frac{P_1}{Z_1} \quad (59)$$

$$-v_{y3} = -v_{z3} = \frac{P_2}{Z_2} \quad (60)$$

$$v_{x2} = v_{y4} = v_{z4} = \frac{P_2}{Z_2} \quad (61)$$

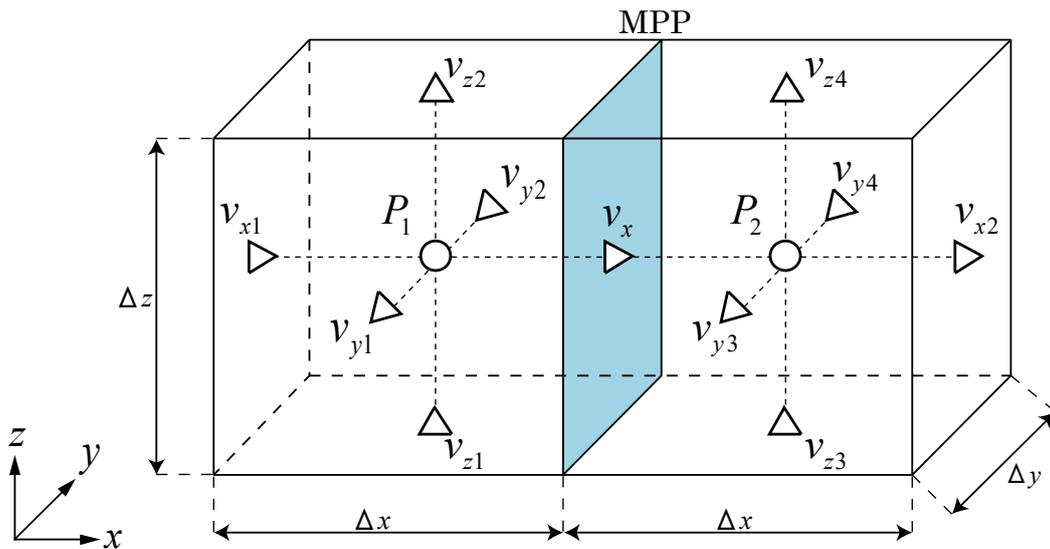


Fig. 22 三次元音場物理量参照点

と表すことができる。

これらを離散化すれば、

$$v_{y1}^{n+\frac{1}{2}} = v_{z1}^{n+\frac{1}{2}} = -\frac{P_1^n}{Z_1} \quad (62)$$

$$v_{y2}^{n+\frac{1}{2}} = v_{z2}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{P_1^n}{Z_1} \quad (63)$$

$$v_{y3}^{n+\frac{1}{2}} = v_{z3}^{n+\frac{1}{2}} = -\frac{P_2^n}{Z_2} \quad (64)$$

$$v_{y4}^{n+\frac{1}{2}} = v_{z4}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{P_2^n}{Z_2} \quad (65)$$

が得られる。また、連続方程式より、

$$\frac{\partial P_1}{\partial t} = -\kappa_1 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \quad (66)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial t} = -\kappa_2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \quad (67)$$

となり、これらを離散化すると、

$$\frac{P_1^{n+1} - P_1^n}{\Delta t} = -\kappa_1 \left(\frac{v_x^{n+\frac{1}{2}} - v_{x1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x_1} + \frac{v_{y2}^{n+\frac{1}{2}} - v_{y1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{v_{z2}^{n+\frac{1}{2}} - v_{z1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right) \quad (68)$$

$$\frac{P_2^{n+1} - P_2^n}{\Delta t} = -\kappa_2 \left(\frac{v_{x2}^{n+\frac{1}{2}} - v_x^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x_2} + \frac{v_{y4}^{n+\frac{1}{2}} - v_{y3}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{v_{z4}^{n+\frac{1}{2}} - v_{z3}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right) \quad (69)$$

となり、その更新式は

$$P_1^{n+1} = P_1^n - \Delta t \kappa_1 \left(\frac{v_x^{n+\frac{1}{2}} - v_{x1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x_1} + \frac{v_{y2}^{n+\frac{1}{2}} - v_{y1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{v_{z2}^{n+\frac{1}{2}} - v_{z1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right) \quad (70)$$

$$P_2^{n+1} = P_2^n - \Delta t \kappa_2 \left(\frac{v_{x2}^{n+\frac{1}{2}} - v_x^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x_2} + \frac{v_{y4}^{n+\frac{1}{2}} - v_{y3}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{v_{z4}^{n+\frac{1}{2}} - v_{z3}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right) \quad (71)$$

となる。ここで、 $v_x^{n+\frac{1}{2}}$ 、 $v_{x1}^{n+\frac{1}{2}}$ 、 $v_{x2}^{n+\frac{1}{2}}$ 、 $v_{y1}^{n+\frac{1}{2}}$ 、 $v_{y2}^{n+\frac{1}{2}}$ 、 $v_{y3}^{n+\frac{1}{2}}$ 、 $v_{y4}^{n+\frac{1}{2}}$ 、 $v_{z1}^{n+\frac{1}{2}}$ 、 $v_{z2}^{n+\frac{1}{2}}$ 、 $v_{z3}^{n+\frac{1}{2}}$ 、 $v_{z4}^{n+\frac{1}{2}}$

にそれぞれ式(23)、(33)、(34)、(62)、(63)、(64)、(65)を代入すると、

$$P_1^{n+1} = P_1^n - \Delta t \kappa_1 \left(\frac{\sigma v_a^{n+\frac{1}{2}} + v_b^{n+\frac{1}{2}} + \frac{P_1^n}{Z_1}}{\Delta x_1} + \frac{\frac{P_1^n}{Z_1} + \frac{P_1^n}{Z_1}}{\Delta y} + \frac{\frac{P_1^n}{Z_1} + \frac{P_1^n}{Z_1}}{\Delta z} \right) \quad (72)$$

$$P_2^{n+1} = P_2^n - \Delta t \kappa_2 \left(\frac{\frac{P_2^n}{Z_2} - \sigma v_a^{n+\frac{1}{2}} - v_b^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x_2} + \frac{\frac{P_2^n}{Z_2} + \frac{P_2^n}{Z_2}}{\Delta y} + \frac{\frac{P_2^n}{Z_2} + \frac{P_2^n}{Z_2}}{\Delta z} \right) \quad (73)$$

となり、 $v_b^{n+\frac{1}{2}}$ に式(24)を代入し、整理すると、

$$P_1^{n+1} = P_1^n - \frac{\Delta t \kappa_1}{\Delta x_1} \left(\sigma v_a^{n+\frac{1}{2}} + v_b^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{m} (P_1^n - P_2^n) + \frac{P_1^n}{Z_1} \right) - \frac{2\Delta t \kappa_1}{Z_1} \left(\frac{\Delta y + \Delta z}{\Delta y \Delta z} \right) P_1^n \quad (74)$$

$$P_2^{n+1} = P_2^n - \frac{\Delta t \kappa_2}{\Delta x_2} \left(-\sigma v_a^{n+\frac{1}{2}} - v_b^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{m} (P_2^n - P_1^n) + \frac{P_2^n}{Z_2} \right) - \frac{2\Delta t \kappa_2}{Z_2} \left(\frac{\Delta y + \Delta z}{\Delta y \Delta z} \right) P_2^n \quad (75)$$

が得られる。式(74)と式(75)に $v_a^{n+\frac{1}{2}}$ に関する更新式(25)を代入すると、

$$P_1^{n+1} = P_1^n - \frac{\kappa_1 \Delta t}{\Delta x_1} \left(\sigma A v_a^{n-\frac{1}{2}} - \sigma B (P_2^n - P_1^n) + v_b^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{m} (P_1^n - P_2^n) + \frac{P_1^n}{Z_1} \right) - \frac{2\kappa_1 \Delta t}{Z_1} \left(\frac{\Delta y + \Delta z}{\Delta y \Delta z} \right) P_1^n \quad (76)$$

$$P_2^{n+1} = P_2^n - \frac{\kappa_2 \Delta t}{\Delta x_2} \left(-\sigma A v_a^{n-\frac{1}{2}} + \sigma B (P_2^n - P_1^n) - v_b^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{m} (P_1^n - P_2^n) + \frac{P_2^n}{Z_2} \right) - \frac{2\kappa_2 \Delta t}{Z_2} \left(\frac{\Delta y + \Delta z}{\Delta y \Delta z} \right) P_2^n \quad (77)$$

となり、これらを変形すると、

$$P_1^{n+1} = P_1^n \left(1 - \sigma B X_1 - X_1 Y - \frac{X_1}{Z_1} - C_1 \right) + P_2^n (\sigma B X_1 + X_1 Y) + v_a^{n-\frac{1}{2}} (-\sigma A X_1) + v_b^{n-\frac{1}{2}} (-X_1) \quad (78)$$

$$P_2^{n+1} = P_2^n \left(1 - \sigma B X_2 - X_2 Y - \frac{X_2}{Z_2} - C_2 \right) + P_1^n (\sigma B X_2 + X_2 Y) + v_a^{n-\frac{1}{2}} \sigma A X_2 + v_b^{n-\frac{1}{2}} X_2 \quad (79)$$

と表すことができる。ここで、 A 、 B 、 $Q_{1,2}$ 、 $X_{1,2}$ 、 Y は前章と同じであり、

$$C_1 = \frac{2\kappa_1 \Delta t}{Z_1} \left(\frac{\Delta y + \Delta z}{\Delta y \Delta z} \right) P_1^n, C_2 = \frac{2\kappa_2 \Delta t}{Z_2} \left(\frac{\Delta y + \Delta z}{\Delta y \Delta z} \right) P_2^n \quad (80)$$

である。

これらの式と前章で用いた式(23)、(24)、(25)から次式で表される状態遷移方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} P_1^{n+1} \\ P_2^{n+1} \\ v_a^{n+\frac{1}{2}} \\ v_b^{n+\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - X_1(\sigma B + Y + Q_1) - C_1 & X_1(\sigma B + Y) & -\sigma A X_1 & -X_1 \\ X_2(\sigma B + Y) & 1 - X_2(\sigma B + Y + Q_2) - C_2 & \sigma A X_2 & X_2 \\ B & -B & A & 0 \\ Y & -Y & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^n \\ P_2^n \\ v_a^{n-\frac{1}{2}} \\ v_b^{n-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (81)$$

2.6.1 項と同様に式 (81) の右辺の行列内の全ての固有値の絶対値が 1 以下であれば解が発散しない。その Δt と波動伝搬の安定条件による Δt とを比較して、より小さいほうを採用すればよい。この系が安定となるためには式(81)の右辺の行列の全ての固有値の絶対値が 1 以下となるように Δt を定めれば安定した計算ができる。

3.1.2 条件設定と結果

Fig. 23 に、孔径 $d_p = 0.5$ [mm]、板厚 $h = 0.5$ [mm]、開孔率 $\sigma = 0.785\%$ の MPP について、 $\Delta y = 0.01$ [m]、 $\Delta z = 0.01$ [m] における三次元音場の波動伝搬と MPP 境界に関して安定となる最大の Δt の結果を示す。三次元音場の安定条件として、波動伝搬の式(57)、および、式(81)から導かれる安定条件のすべてを満たす Δt を用いれば安定した解を得ることができる。

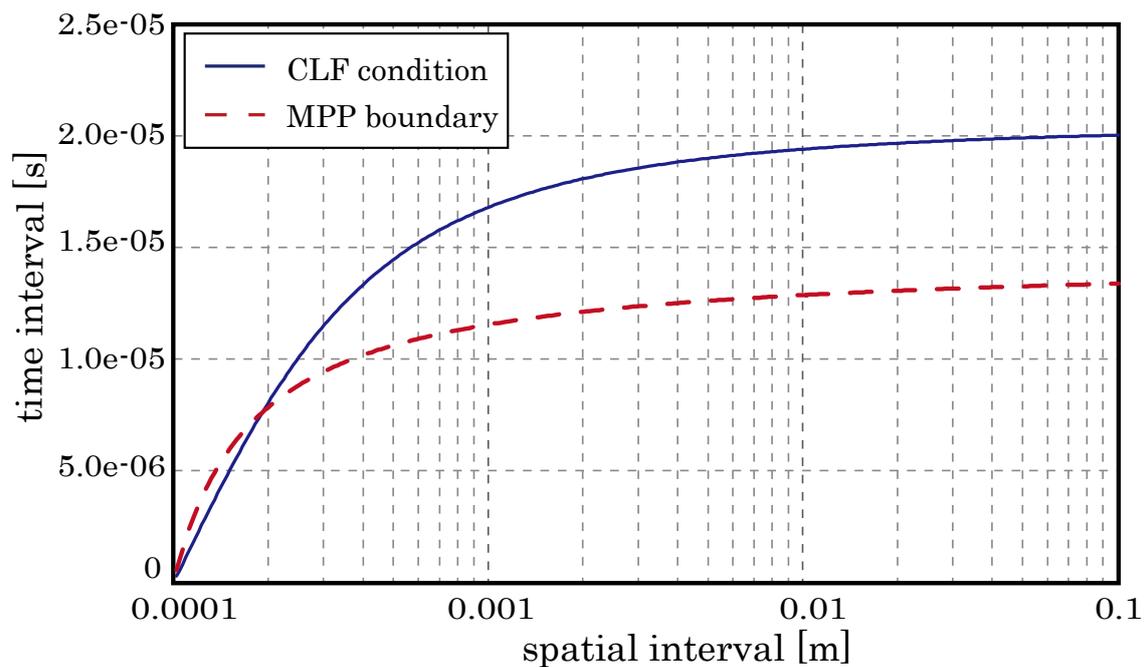


Fig. 23 三次元音場の安定条件

3.2 数値解法

前節にて、三次元音場における MPP 境界の安定条件を導出した。本節では MPP 境界を三次元空間に導入した場合について検討を行う。ある三次元の解析対象に MPP 境界を設置した場合と、設置していない場合について、境界面をそれぞれ離散化グリッドに対して 0° と 45° と傾けた場合について解析を行い、それぞれの挿入損失と解析解による透過損失の比較から三次元音場に MPP 境界を適用できるかを確認する。この際、境界面を離散化グリッドに対して 45° 傾ける理由として、FDTD 法の階段近似誤差が 0° に対して一番大きくなると考えられるからである。

3.2.1 離散化グリッドに対して斜めの境界に対する処理

離散化グリッドに対して斜めに境界条件を設定した場合の計算には工夫が必要となる。ここでは、Fig. 24 に示すような条件について検討する。 P_i^n, P_{i+1}^n の音圧差から、式(23)～(25)より、実際の境界面における法線方向の粒子速度 v^{n+1} を求め、その v^{n+1} を x, y, z 軸方向にそれぞれ分解すると、

$$v_x^{n+1} = n_x v^{n+1} \quad (82)$$

$$v_y^{n+1} = n_y v^{n+1} \quad (83)$$

$$v_z^{n+1} = n_z v^{n+1} \quad (84)$$

となる。ここで、 n_x, n_y, n_z は実際の境界面の法線方向単位ベクトル n の x, y, z 軸方向の成分を表す。 P_i^n と P_{i+1}^n の間に位置する x 方向粒子速度が v^{n+1} であるとし、次の時間ステップの P_i^n, P_{i+1}^n の更新に用いる。以上の処理を行うことで、離散化グリッドに対して境界を斜めに設置した面の場合についても対応することができる。

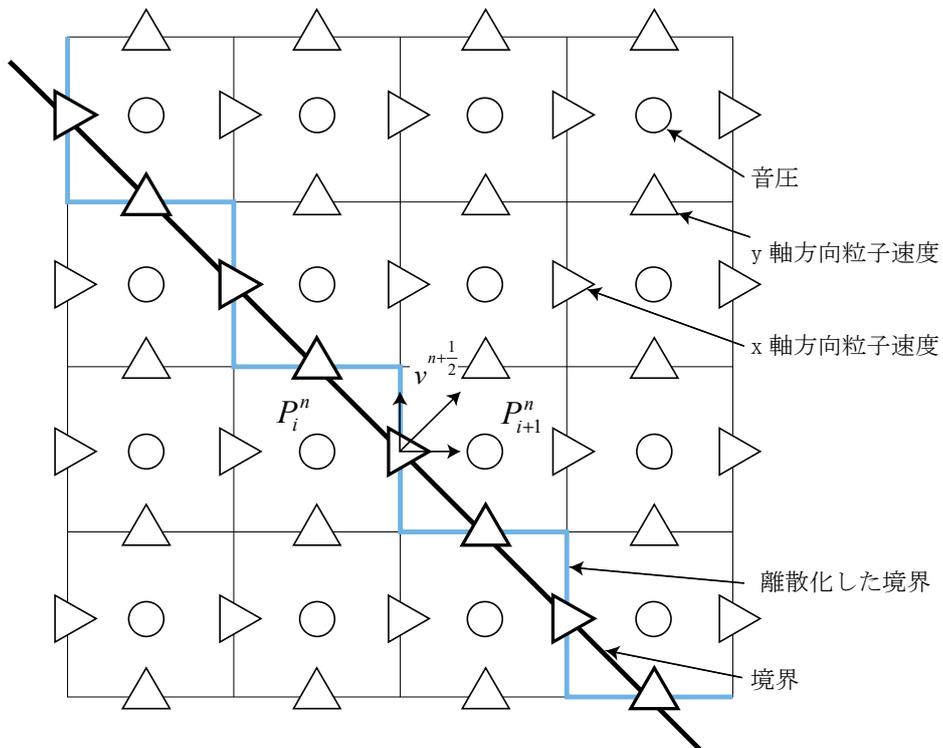


Fig. 24 離散化グリッドに対して斜めに配置した場合の更新

3.2.2 解析条件設定

ここでは、Fig. 25 に示すような $x = 1000$ [mm]、 $y = 700$ [mm]、 $z = 500$ [mm] の三次元音場について、境界面を離散化グリッド軸上に置いた場合 (Case A) と境界面を離散化グリッドに対して斜め 45 度にした場合 (Case B) の解析を行う。MPP 境界を x 軸方向に壁側から $d = 500$ [mm] 離れた中心に配置し、その MPP 境界のパラメータは前節と同様に孔径 $d_p = 0.5$ [mm]、板厚 $h = 0.5$ [mm]、開孔率 $\sigma = 0.785\%$ とする。ここで、音速 $c = 343.5$ [m/s]、空間離散化幅 $\Delta x = 0.01$ [m]、 $\Delta y = 0.01$ [m]、 $\Delta z = 0.01$ [m]、時間離散化幅 Δt は波動伝搬と MPP 境界の安定条件を満たす 1.15×10^{-5} [s]、空気密度 $\rho_0 = 1.205$ [kg/m³]、空気粘性率 $\eta_0 = 1.8 \times 10^{-5}$ [Pa s] とする。音源は室を分断する面の中心から x 方向に 200 mm 離れた位置とし、受信点は分断する面の中心から音源とは逆方向に 200 mm 離れた位置とした。また、MPP 境界の厚みは 0 とし、解析対象を構成する 6 面は全て固定境界とする。

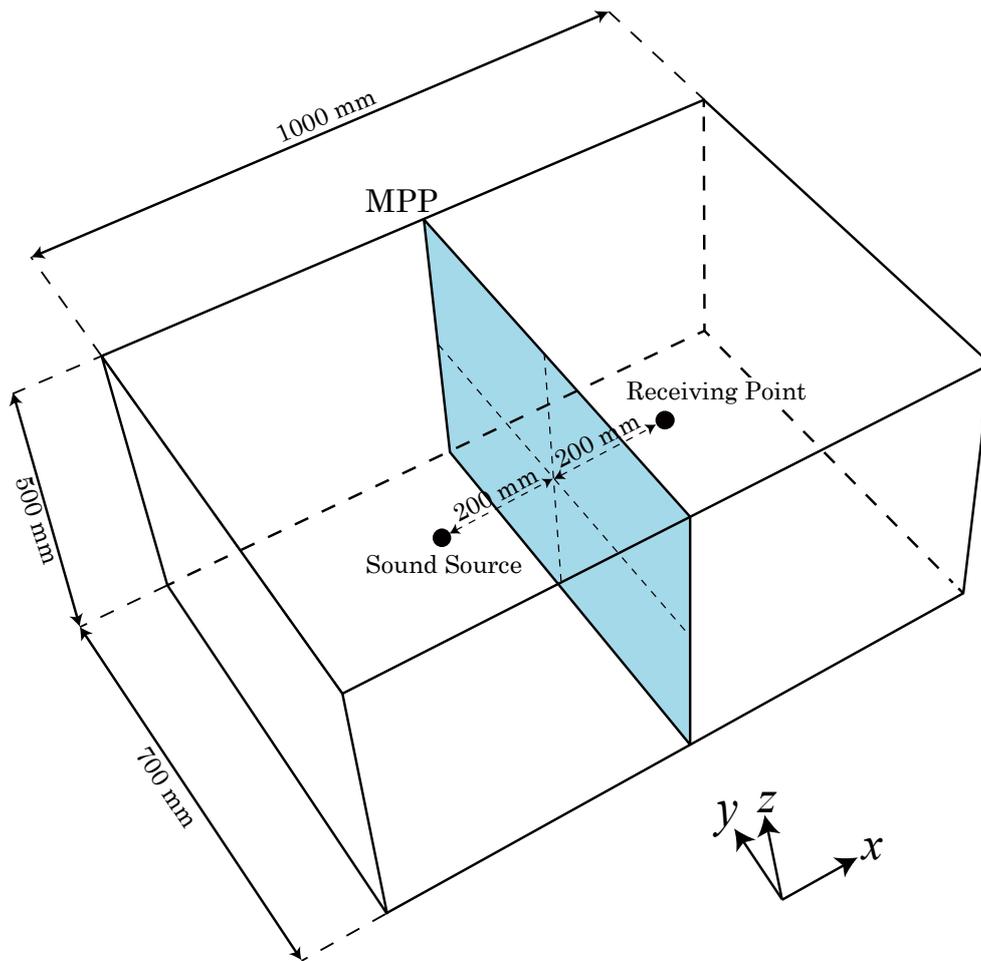


Fig. 25 三次元解析対象

3.2.3 解析結果と考察

Fig. 25 と Fig. 26 に Case A および Case B における時間領域、周波数領域におけるそれぞれの音圧の時間波形と音圧レベルの周波数特性を示す。これらより、 0° と 45° の場合の差は、MPP の有無に関わらず、同程度の誤差であるということがわかる。これより、結果に生じた誤差は本報で提案した手法によるものではなく、離散化グリッドに対して 45° 傾けた面を離散化したことによる階段近似による誤差だと考えられる。

Fig. 28 に Case A と Case B における 0° と 45° の場合同士の FDTD 法による音圧レベル差（挿入損失）と解析解による一次元音場の透過損失の比較を示す。これより、境界面を傾けた場合も含めて挿入損失と透過損失の平均的な値はおおむね一致する結果を得られた。ここで、 0° と 45° の場合にピークディップが見られるのは、三次元音場の閉空間により生じる共鳴等が影響していると思われる。以上の結果より、三次元音場に MPP 境界を設置した場合について、離散化グリッドに対して斜めに設置した境界の場合も含めて FDTD 法で解析を行うことができたと考えられる。

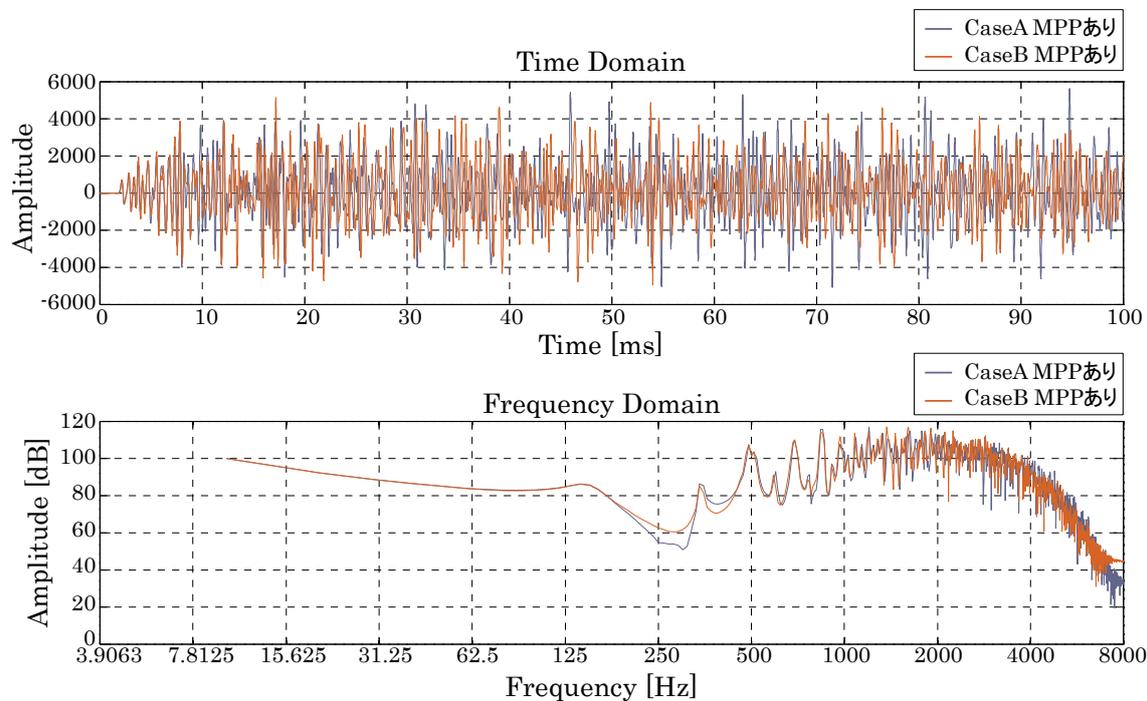


Fig. 26 三次元解析（MPP あり）

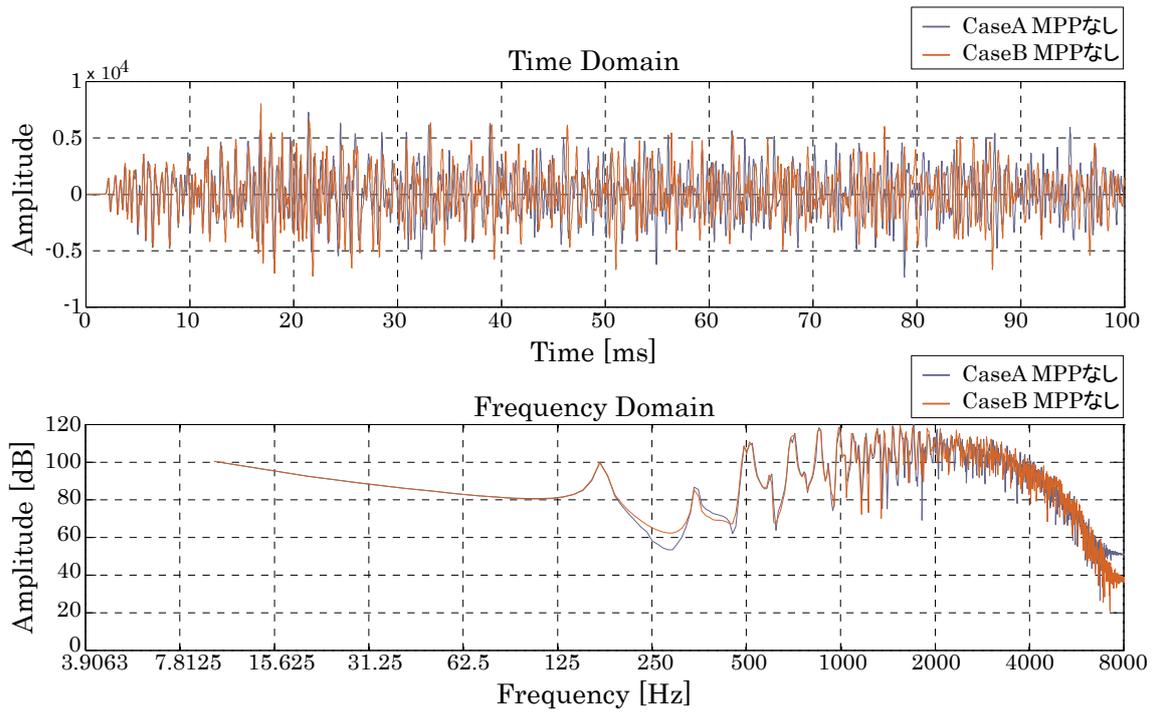


Fig. 27 三次元解析 (MPP なし)

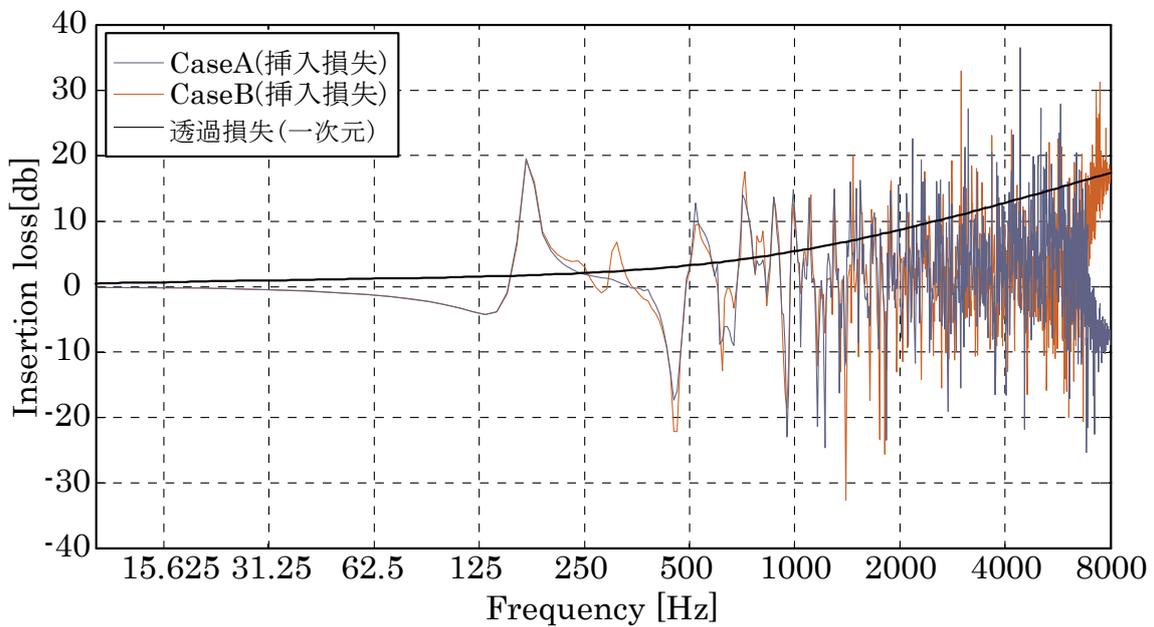


Fig. 28 挿入損失と透過損失の比較

4 汎用ソフトウェアへの MPP 境界の導入

豊田ら[6]により FDTD 法を用いた振動音響連成 FDTD 解析ソフトウェア (VA-FDTD) が開発されている[6]。このソフトウェアでは、すでに質点系境界条件[8]や通気性素材[5]といったさまざまな境界条件が導入されている。しかし、MPP の境界条件は現在のところ実装されていない。そこで、本報の結果を踏まえ Fig. 29 に示すような MPP 境界条件を汎用ソフトウェアへ実装した。任意の境界を MPP 境界にするためには、Fig. 29 に示すように [Boundary] のカテゴリから「Microperforated Panel boundary (Fluid Only)」を選択し、上から順に孔径、ピッチ、厚さ、面密度のパラメータを入力すれば設定できる。

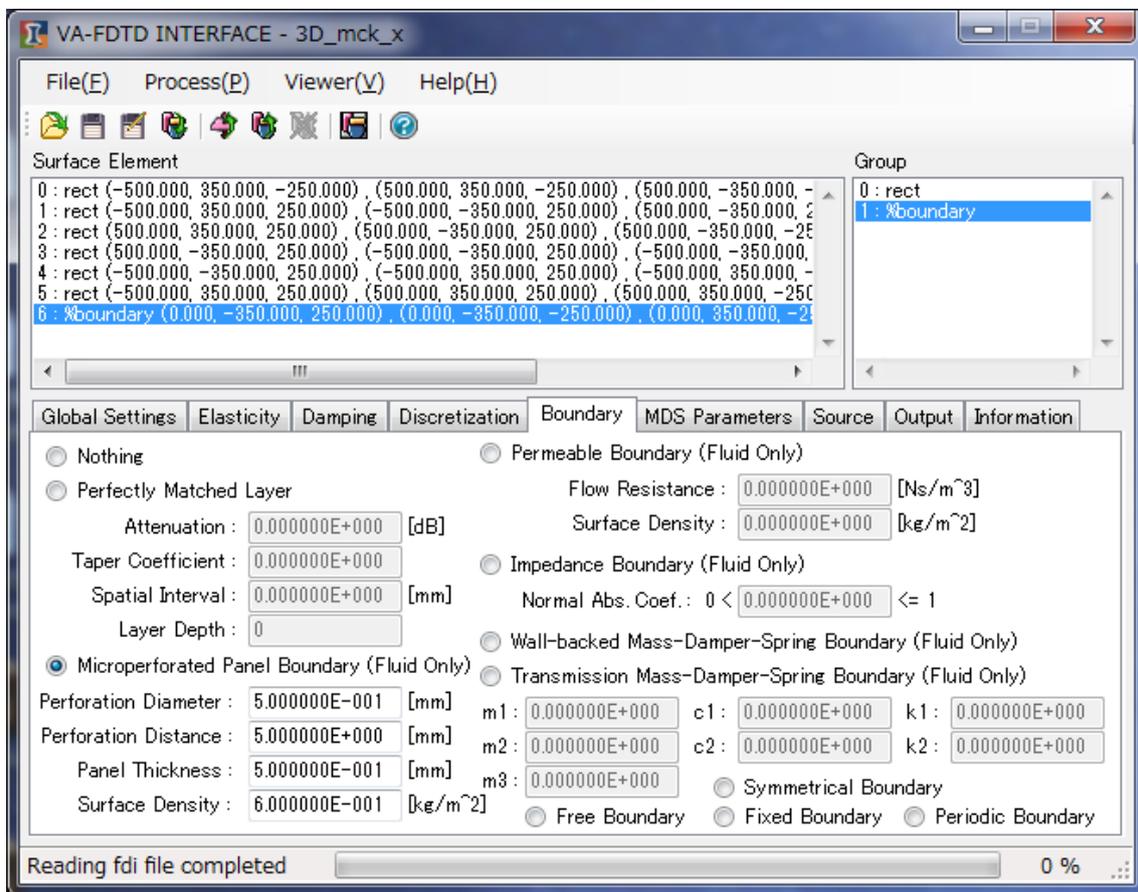


Fig. 29 振動音響連成 FDTD 解析ソフトウェア

5 おわりに

本研究では次世代吸音材のひとつである MPP を FDTD 法で取り扱うことを目的とした。周波数に依存する MPP の孔のインピーダンスの近似式を周波数に依存しない定数を用いた式に置き換えることで計算を可能とし、解析解との比較、背後層厚を変えた場合についても検討することで、その予測精度の高さや広い適用性も確認することができた。また、一次元音場における空気伝搬と MPP 境界の安定条件を計算し、双方の安定条件を満たすことで、安定した計算を行うことが可能となった。ただし、一般的な MPP の計算を行うであろう空間離散化幅内であれば、ほとんどの場合、波動伝搬の安定条件を満たす値を用いれば MPP 境界の安定条件も同時に満足することが示唆された。また、三次元音場における安定条件についても、一次元音場と同様に算出し、安定して計算を行えるようになった。さらに、離散化グリッドに対して斜めに MPP 境界を設置した場合の処理方法を導入することで、三次元音場で計算が可能となった。最後に、汎用ソフトウェアに MPP の境界条件を導入することで初学者にとっても比較的簡単に計算することが可能となった。

参考文献

- [1] D.-Y. Maa, “Potential of microperforated panel absorber,” *J. Acoust. Soc. Am.* 104, 2681-2866, 1998.
- [2] 矢入幹記, 阪上公博, “微細穿孔板の吸音特性”, 日本音響学会誌 63 卷 2 号, 76-82, 2007.
- [3] 西村正治, “多孔板の吸音機構とその非線形特性”, 日本騒音制御工学会秋季研究発表会講演論文集, 107-110, 2015.
- [4] 石川翔一郎, 豊田政弘, 河井康人, “質点系境界条件を用いた FDTD 法の安定性について”, 建音研資料 AA-2014-44, 2014.
- [5] 元岡潤哉, “FDTD 法における通気性素材への対応について”, 関西大学卒業論文, 2014
- [6] 豊田政弘, 高橋大弐, 河井康人, “振動音響連成 FDTD 法の汎用ソフトウェア開発に向けて”, 日本音響学会講演論文集, 1483-1486, 2011.
- [7] “VA-FDTD 振動音響連成 FDTD 解析ソフトウェア”, <http://www.arch.kansai-u.ac.jp/env1/va-fdtd/index.html>, 2016.12.20.
- [8] 石川翔一郎, “連成 FDTD 法における汎用的な境界条件の研究”, 関西大学修士論文, 2014.

謝辞

研究を進めるにあたり、お忙しい中数々のご指導ご鞭撻を頂いた主査の豊田政弘先生、副査の河井康人先生、原直也先生には熱くお礼申し上げます。また、ご協力いただいた建築環境工学第一研究室の方々や同期の皆様にも大変お世話になりました。心よりお礼申し上げます。

特に、指導教官である豊田政弘准教授には長い期間にわたり、研究の進め方や論文の書き方や研究発表の練習など、ひとかたならぬご指導を賜りました。どれほど言葉を尽くしても足りないほど、感謝しております。最後まで本当にありがとうございました。

本研究は、上記の方々以外にも多くの方のご助力のもと、今日の完成に至ることができました。心より感謝の気持ちを込めて、謝辞と致します。

2017年2月13日