

波動音響理論と幾何音響理論を用いた
ハイブリッド音場解析法の大規模空間への適用

関西大学 環境都市工学部 建築学科
建築環境工学第 I 研究室
建 13-113 吉田 菜摘
指導教員 豊田 政弘
河井 康人

目次

第 1 章	序論.....	1
1.1	研究背景.....	1
1.2	既往研究.....	2
1.3	研究目的.....	3
1.4	論文構成.....	4
第 2 章	理論.....	5
2.1	波動音響理論.....	5
2.1.1	時間領域有限差分法.....	5
2.2	幾何音響理論.....	10
2.2.1	音線法.....	10
2.2.2	虚像法.....	14
2.2.3	バックトレース法.....	16
2.3	フィルタ.....	18
2.3.1	バターワースフィルタ.....	18
2.3.2	逆フィルタ.....	19
2.4	ハイブリッド解析.....	20
第 3 章	研究方法.....	22
3.1	研究方法.....	22
3.2	解析条件.....	24
第 4 章	結果と考察.....	25
第 5 章	結論.....	28
参考文献		

第1章 序論

1.1 研究背景

音場解析の手法は、波動音響解析と幾何音響解析の二種類に大別される。波動音響解析とは波動方程式を解くことで音場を解析する手法であり、幾何音響解析とは音を幾何学的に扱うことで音場を解析する手法である。これらの手法にはそれぞれメリット・デメリットがある。例えば、波動音響解析は、音の波動方程式を解いて計算を行うため正確な計算が可能であるが、高音域になるほど計算量が膨大になり計算に膨大な時間が掛かり、実用的な時間内で計算ができなくなる場合もある。幾何音響解析は、音の波動性を無視して幾何学的に扱うため、音の波動現象が現れやすい低音域において計算結果に誤差が生じる可能性が高い。これらの特徴を理解した上で、解析対象となる空間や対象とする周波数に合った解析法を選択することが必要である。

現在、コンサートホールなどの大規模空間における音場解析には主に計算負荷の観点から幾何音響解析が用いられている。しかし前述の通り、特に低音域において生じる誤差が懸念される。一方、波動音響解析を用いた場合、可聴周波数全域を対象とすることは実質的に不可能であると考えられる。そのため、大規模空間における音場解析では、計算負荷を抑えつつ、可聴域全域に渡り正確な解析のできる解析手法の開発と実用化が望まれている。

1.2 既往研究

坂吉[1]は、低音域における波動音響解析手法と高音域における幾何音響解析手法を用いたハイブリッド音場解析手法の開発に関する研究を行った。ある周波数を境に波動音響理論と幾何音響理論の計算結果を補正し合成するという手法である。この研究では、最大で 1 m^3 四方の立方体について、 1000 Hz をハイブリッドの境目周波数と設定して解析を行った。その結果、計算時間を大幅に短縮することができ、なおかつ真値とよく一致する結果を得ることができた。

1.3 研究目的

本研究では、坂吉の提案する手法で解析対象とする空間のスケールを実在するコンサートホールまで拡大してハイブリッド解析を行う。さらに、得られたインパルス応答を用いた可聴化を行い、違和感の有無の検証と、残響時間、初期残響時間、クラリティといった主要な音響指標について、解析値と実測値[2]を比較し、誤差の程度についての検証を行うことにより、ハイブリッド解析の実用性について評価することを目的とする。

1.4 論文構成

第 1 章では現在の大規模空間についての解析技術とその問題点について挙げ、それを解決するために行われてきた既往研究について述べた後、本研究の目的を述べた。第 2 章ではハイブリッド解析に必要な理論について説明した後、波動音響解析結果と幾何音響解析結果を合成するための具体的な手順を述べる。第 3 章では本研究で評価を行う内容と、設定した解析条件について述べる。第 4 章では解析の結果と考察について述べ、第 5 章では本研究の結論を述べる。

第2章 理論

2.1 波動音響理論

波動音響理論では、音波の振る舞いを

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) \quad (2.1)$$

で表す波動方程式、あるいはそれを導出するための運動方程式と質量保存則を表す連続方程式で記述する。これらの式を離散化して解くことで音場の挙動を解析することを波動音響数値解析という。波動性を考慮した波動方程式を解くことで解を得るため、比較的予測精度の高い解析を行うことが可能である。一方、計算量が膨大であるため計算に多大な時間を必要とすることから、予測できる空間の規模や周波数範囲に限られる。波動音響数値解析として一般に用いられるのは境界要素法 (BEM)、時間領域有限差分法 (FDTD)、有限要素法 (FEM)の三種である。

2.1.1 時間領域有限差分法(FDTD 法)[3-5]

FDTD 法とは、音場を空間的にも時間的にも離散化し、支配式の微分項を差分商で近似することにより解を得る手法である。空間的に離散化された一つ一つのセルには、Fig. 2.1 に示すように、音圧と粒子速度を互い違いに配置する。この空間的な配置のみを表した図を、Yee セルと呼ぶ。また、Fig. 2.2 に示すスタガードグリッドと呼ばれる格子によって、空間的な配置と時間的な配置を表すこともできる。FDTD 法では、空間的にも時間的にも互い違いに配置された音圧と粒子速度を、互い違いに計算するリーブフロッグアルゴリズム (蛙跳び差分アルゴリズム) と呼ばれる手法を用いることで、音波の挙動を時間発展的に求めることができる。

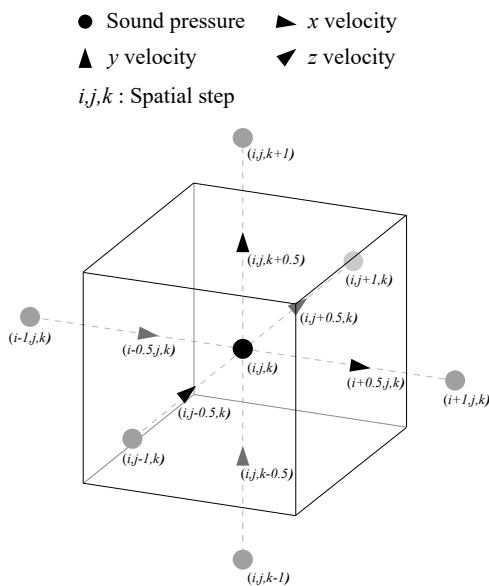


Fig. 2.1 Yee cell (three dimension)

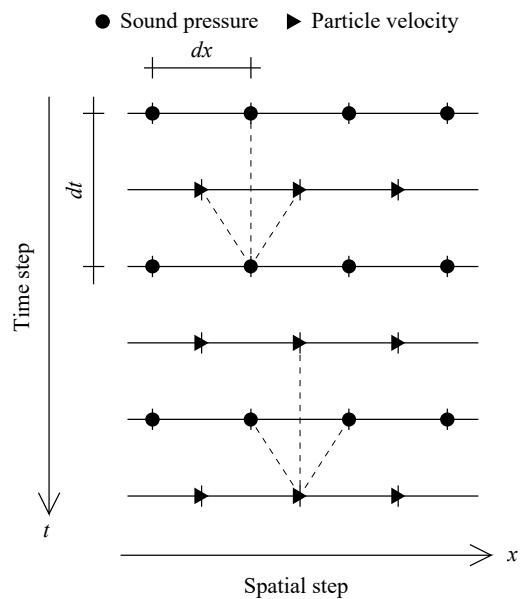


Fig. 2.2 Staggered grid (one dimension)

(1) 理論式

ここで、寸法が $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ [m] で密度が ρ [kg/m³] の空気粒子があり、その各面に音圧 p [N/m²] が加わっている状態を考える。この空気粒子の x, y, z 方向の変位をそれぞれ u_x, u_y, u_z [m] とする。 Δx が微小量であることを考慮すると、 x 方向の運動方程式は

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.2)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.3)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.4)$$

が成り立つ。また、空気粒子の各面の変位を考え、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ が微小量であることを考慮すれば、空気粒子の体積の増加分 ΔV [m³] は

$$\Delta V = \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.5)$$

と表される。

一方、断熱変化を仮定すると、音圧と体積変化の関係は、理想気体の状態方程式から、体積弾性率を k [N/m²]、変形前の体積を V [m³] とすると、

$$p = -\kappa \frac{\Delta V}{V} \quad (2.6)$$

と表される。なお、体積弾性率と密度、および音速 c [m/s] には以下のような関係がある。

$$\kappa = \rho c^2 \quad (2.7)$$

ここで、式(2.5)を式(2.6)に代入すれば、

$$p = -\kappa \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \quad (2.8)$$

という式を得ることができ、これを音圧に関する連続方程式という。

また、式(2.2)~(2.4),(2.8)すべての支配式を1階の偏微分方程式とするために、式(2.8)の両辺を時間微分するとともに変位の時間微分を粒子速度に置き換える。ここで x, y, z 方向の粒子速度をそれぞれ v_x, v_y, v_z [m/s] とすれば、式(2.2)~(2.4), (2.8)はそれぞれ

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.9)$$

$$\rho \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.10)$$

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -k \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.12)$$

と変形される。

音圧や粒子速度は空間や時間に関して連続的に変化するため、計算機ではこれらをそのまま扱うことは不可能である。そこで、空間や時間を離散化することで連続な関数を近似し、計算を可能にする。FDTD法における離散化は、Fig. 2.1 や Fig. 2.2 のように音圧と粒子速度を空間的にも時間的にもそれぞれ離散化幅の半ステップずつ互い違いに配置する。ここで、空間ステップを i, j, k 、時間ステップを n とし、空間ステップが i, j, k で時間ステップが n の時の音圧の値を $p^n(i, j, k)$ [N/m²]、空間ステップが $i+0.5, j, k$ で時間ステップが $n+0.5$ の x 方向粒子速度の値を $v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k)$ [m/s] などと表記する。この離散化にともない、偏微分係数を差分商を用いて近似する中心差分スキームと呼ばれる近似法を用いて近似することができる。この近似法を用いると、式(2.9)~(2.12)は

$$\rho_0 \frac{v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) - v_x^{n-0.5}(i+0.5, j, k)}{\Delta t} = - \frac{p^n(i+1, j, k) - p^n(i, j, k)}{\Delta x} \quad (2.13)$$

$$\rho_0 \frac{v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) - v_y^{n-0.5}(i, j+0.5, k)}{\Delta t} = - \frac{p^n(i, j+1, k) - p^n(i, j, k)}{\Delta y} \quad (2.14)$$

$$\rho_0 \frac{v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) - v_z^{n-0.5}(i, j, k+0.5)}{\Delta t} = - \frac{p^n(i, j, k+1) - p^n(i, j, k)}{\Delta z} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{p^{n+1}(i, j, k) - p^n(i, j, k)}{\Delta t} = & -k \frac{v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) - v_x^{n-0.5}(i-0.5, j, k)}{\Delta x} \\ & - k \frac{v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) - v_y^{n-0.5}(i, j-0.5, k)}{\Delta y} \\ & - k \frac{v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) - v_z^{n-0.5}(i, j, k-0.5)}{\Delta z} \end{aligned} \quad (2.16)$$

と近似することができる。

次にこれらの式について、最も時間ステップが大きい項のみを左辺に残すように変形すると、

$$v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) = v_x^{n-0.5}(i+0.5, j, k) - \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta x} \{p^n(i+1, j, k) - p^n(i, j, k)\} \quad (2.17)$$

$$v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) = v_y^{n-0.5}(i, j+0.5, k) - \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta y} \{p^n(i, j+1, k) - p^n(i, j, k)\} \quad (2.18)$$

$$v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) = v_z^{n-0.5}(i, j, k+0.5) - \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta z} \{p^n(i, j, k+1) - p^n(i, j, k)\} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned}
p^{n+1}(i, j, k) = p^n(i, j, k) &- \kappa \frac{\Delta t}{\Delta x} \{v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) - v_x^{n+0.5}(i-0.5, j, k)\} \\
&- \kappa \frac{\Delta t}{\Delta y} \{v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) - v_y^{n+0.5}(i, j-0.5, k)\} \\
&- \kappa \frac{\Delta t}{\Delta z} \{v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) - v_z^{n+0.5}(i, j, k-0.5)\}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

となる。式(2.17)において、時間ステップ $n-0.5$ を”過去”、 n を”現在”、 $n+0.5$ を”未来”の状態とすれば、空間ステップ $i+0.5, j, k$ の位置における”過去”の v_x の値と、その周囲の”現在”の p の値から”未来”の v_x の値を求める式と解釈できる。これらの計算をすべての空間ステップについて行えば、”過去”の粒子速度分布と”現在”の音圧分布から”未来”の粒子速度分布を得ることができる。次に時間ステップを半ステップずつ進め、 n を”過去”、 $n+0.5$ を”現在”、 $n+1$ を”未来”の状態とする。すると式(2.18)は”過去”の音圧分布と”現在”の粒子速度分布から”未来”の音圧分布を得る式と解釈できる。

以上から、初期時刻における粒子速度分布と音圧分布の1組が既知のものであれば、以降のそれぞれの分布については式(2.17)~(2.19), (2.20)を全空間ステップについて交互に計算することで新しい時間ステップの物理量を次々に求めることが可能となる。

(2) 音源[6]

ここまでは、音源からの出力がない状態での支配式の計算方法について記述した。しかし実際の解析においては音源を与える必要がある。音源を FDTD 法に導入する方法として、粒子速度分布も音圧分布もゼロとみなせる場のある一点に、音源より生成されるある瞬間の分布を初期条件として与える方法を用いる。音源位置を i_d, j_d, k_d 、体積速度信号を $Q(t)$ [m^3/s]として式(2.20)の右辺に音源項を追加すると、

$$\begin{aligned}
p^{n+1}(i_d, j_d, k_d) = p^n(i_d, j_d, k_d) &- k \frac{\Delta t}{\Delta x} \{v_x^{n+0.5}(i_d+0.5, j_d, k_d) - v_x^{n+0.5}(i_d-0.5, j_d, k_d)\} \\
&- k \frac{\Delta t}{\Delta y} \{v_y^{n+0.5}(i_d, j_d+0.5, k_d) - v_y^{n+0.5}(i_d, j_d-0.5, k_d)\} \\
&- k \frac{\Delta t}{\Delta z} \{v_z^{n+0.5}(i_d, j_d, k_d+0.5) - v_z^{n+0.5}(i_d, j_d, k_d-0.5)\} \\
&+ \frac{k\Delta t}{\Delta x \Delta y \Delta z} Q^n
\end{aligned} \tag{2.21}$$

となる。ここで、 $Q^n = Q((n-0.5)\Delta t)$ である。本論文では、

$$Q(t) = M \exp\left\{-A(t-t_0)^2\right\} \tag{2.22}$$

で表されるガウシアンパルスを用いる。ここで、 M は体積速度のピーク値、 A は急峻さに関する係数 t_0 はピーク時刻である。しかし、ガウシアンパルスを音源として与えると、 $Q(t)$ の周波数特性と場に生じる音圧の周波数特性が異なり、そのままではインパルス応答を求めることができない。そのため、インパルス応答を求めるために逆フィルタをかける必要がある。

(3) インピーダンス境界[4]

式(2.17)~(2.20)を用いて計算を行うと、更新の対象とする参照点から半ステップずれた点の値が必要となるため、解析対象領域の端に位置する参照点を更新することが不可能である。そのため、解析対象領域の端の参照点の更新には特別な処理が必要とされる。この処理を決定する条件を境界条件という。境界が剛体の場合、境界上の粒子速度が常にゼロと考えることができるが、境界が吸音性を有する場合、垂直入射表面インピーダンスを用いる方法がある。この表面インピーダンス z_n [Ns/m³]は面上の点の音圧をその面に垂直に入射する方向の粒子速度で割った値として定義され、垂直入射吸音率 α_n と

$$z_n = \rho c \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha_n}}{1 - \sqrt{1 - \alpha_n}} \quad (2.23)$$

の関係にあるため、表面インピーダンスの値を適当に定めることでその面に任意の吸音率を与えることができる。このとき境界条件は「境界上の粒子速度が常にその点の音圧を表面インピーダンスで割った値と等しい」となる。FDTD法では半ステップ分ずれた点の音圧を用い、これを近似する。従って、解析対象領域の両端 $i = 0.5, N + 0.5$ において、ともに表面インピーダンス z_n の境界ならば

$$v_x^{n+0.5}(0.5, j, k) = -\frac{p^n(1, j, k)}{z_n}, v_x^{n+0.5}(N + 0.5, j, k) = \frac{p^n(N, j, k)}{z_n} \quad (2.24)$$

となる。

(4) PML (完全吸収層: Perfectly Matched Layer) [7-9]

FDTD法では空間を離散化して計算を行うため、閉領域しか計算することができない。そのため、開領域を計算するためには、境界以降の無限領域を模擬するため無反射境界を導入する必要がある。FDTD法に無反射境界を導入する最も簡単な方法は上述の垂直入射インピーダンス境界で吸音率を1とすることだが、斜めに入射する音波に対しては、吸音率が1でなくなるため、完全な無反射境界とはならない。現在、あらゆる方向からの入射に対して最も効率的に無反射境界を実現できる方法が Berenger[7]が提案した PML である。PML は、すべての軸方向について、隣接する媒質と特性インピーダンスが等しく、かつ、伝搬中に波が減衰するような非物理媒質で構成されている。Berenger が提案したのは電磁波用の PML であるが、弾性波用の PML も Chew ら[8]により定式化されている。PML を用いることで、自由空間などの開領域の計算が可能になるが、多くのメモリと計算時間が必要となる。

2.2 幾何音響理論

幾何音響理論では、音の波動性を無視して、そのエネルギーの伝搬や拡散を幾何学的に解析する手法である。計算や可視化が容易であるという特徴がある一方、音の波動性を無視しているため、特に回折や干渉といった波動現象の起こりやすい低音域において解析結果に誤差が生じることが懸念される。幾何音響理論における代表的な解析手法としては音線法や虚像法といったものが挙げられるが、両手法ともに欠点がある。そこで本論文では、両手法の欠点を補うために提案されたバックトレース法と呼ばれる手法を用いる。これは音線法と虚像法を組み合わせた手法であるため、本節ではまず音線法と虚像法について記述したのち、バックトレース法について述べる。

2.2.1 音線法[5][10]

音線法とは、音線と呼ばれる単位エネルギーの進行経路を用いてその反射履歴を追跡する計算手法である。音線は最短経路を通るという Fermat の法則に則るため、温度及び密度が均一な物質中を進行する場合、音線は直進する。また、音線は壁面にぶつくと鏡面反射する (Fig. 2.3)。

(1) 音源

建築音響で用いられる音線法の場合、無指向性の音源を与える場合が多い。無指向性の音源を与えるためには、音線数決定後、音源位置から等立体角[11]になるように単位エネルギーを持った音線を放射する (Fig. 2.4)。無指向性音源の場合、距離が離れるに従い音線間の間隔が広がるため、単位面積あたりに入射する音線数が減少する。この音線数の減少が音線法における距離減衰の考え方である。

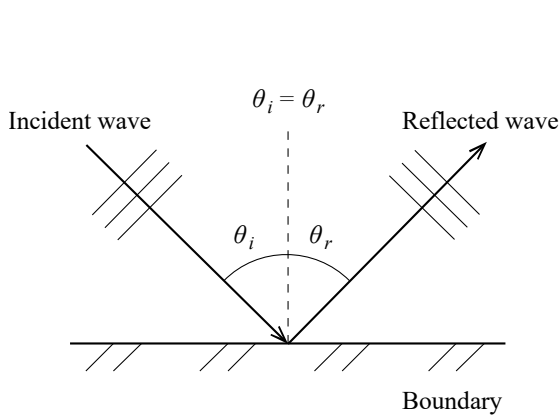


Fig. 2.3 Specular reflection

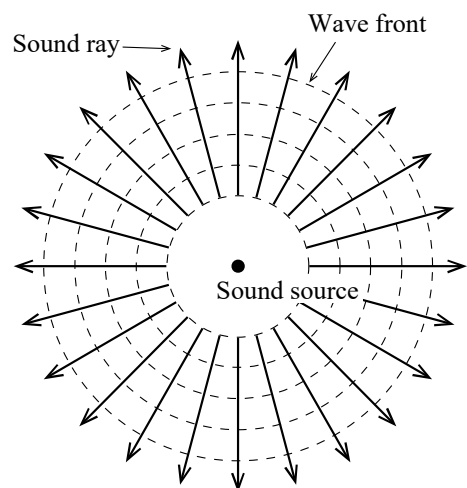


Fig. 2.4 Omni-directional sound source

(2) 境界面の扱い

境界面に入射した音波のエネルギー E_i は反射するエネルギー E_r 、境界内部で欠損するエネルギー E_l 、及び、透過するエネルギー E_t に分けられる (Fig.2.5)。このとき、エネルギー保存則から、

$$E_i = E_r + E_l + E_t \quad (2.25)$$

が成り立つ。このとき、入射するエネルギーと反射するエネルギーの比を反射率 r といい、

$$r = \frac{E_r}{E_i} \quad (2.26)$$

と表される。また、このとき、吸音率 α は、

$$\alpha = 1 - \frac{E_r}{E_i} \quad (2.27)$$

と表される (Fig. 2.6)。音線法において、音線が境界面にぶつかったとき、反射する音線のエネルギーは、境界面の吸音率を α とすると、反射率は $1 - \alpha$ となるので、

$$E_r = E_i(1 - \alpha) \quad (2.28)$$

となる。また、斜入射を考慮する場合、入射角度を θ とすると、吸音率は $\alpha \times \cos\theta$ となり、反射する音線のエネルギーは、

$$E_r = E_i(1 - \alpha \cos\theta) \quad (2.29)$$

となる (Fig. 2.7)。

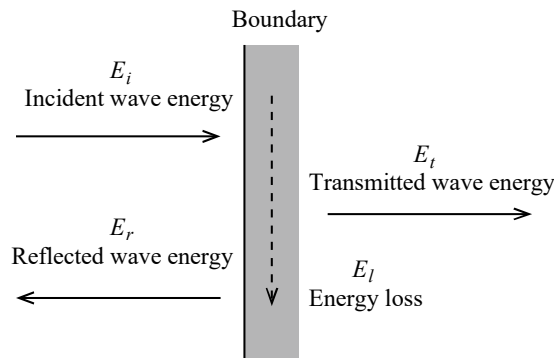


Fig. 2.5 Sound wave energy on boundary

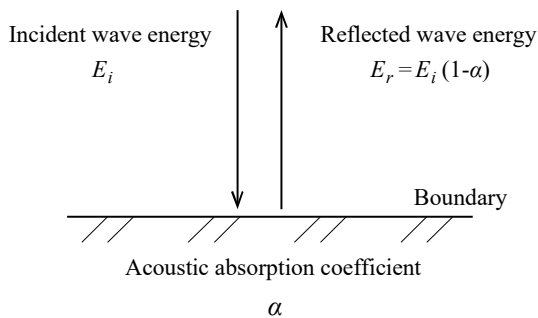


Fig. 2.6 Treatment of sound wave energy on boundary

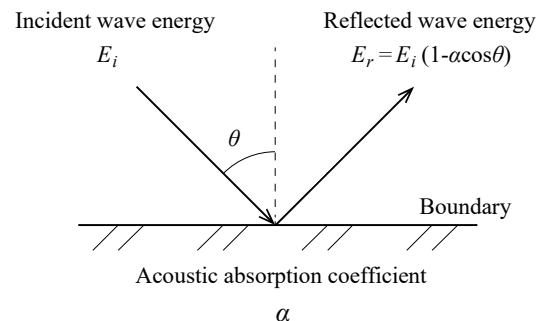


Fig. 2.7 Oblique incidence

(3) 判定

音線経路を追跡するために、音線がどの壁面でぶつかるかを判定する必要がある。そのためにまず壁面の法線ベクトルを求める。ここでは、閉空間であれば、法線ベクトルが内向きになるように設定することとする。法線ベクトルの向きは、頂点の順番と Fig. 2.8 のように対応させる。次に、法線ベクトルと音線の内積を求める。内積が負のとき、音線はその壁面に向かってしていると判定できる (Fig. 2.9)。壁面に向かってしていると判定できた後、音線と壁面の交点が、壁面内にあるかどうか判定する。壁面の頂点と交点の座標を Fig. 2.10 に示す。頂点と交点の座標の間には

$$\begin{aligned} ax_1 + bx_2 + cx_3 &= x_n \\ ay_1 + by_2 + cy_3 &= y_n \\ az_1 + bz_2 + cz_3 &= z_n \end{aligned} \tag{2.30}$$

の関係がある。このとき $0 \leq a, b, c \leq 1$ 、かつ、 $a + b + c = 1$ のとき、壁面内に交点があると判定することができる。しかし、室形状によっては Fig. 2.11 に示すように、交点が2つ現れる可能性がある。その場合、近いほうの交点を真の交点と判定する。

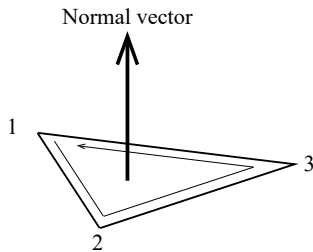


Fig. 2.8 Normal vector

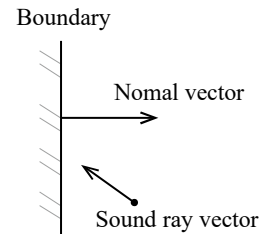


Fig. 2.9 Judgment of ray vector
which heads for wall

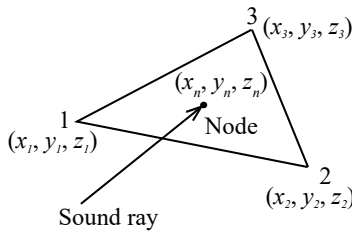


Fig. 2.10 Judgment of node in wall

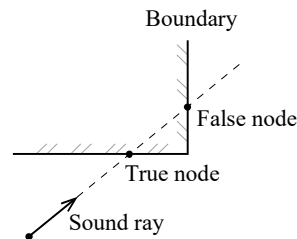


Fig. 2.11 Judgment of true node

(4) 受音判定

音線が壁面から壁面に向かっていく間に受音点を通過しているかを判定する。判定方法として、受音点と音線の最短距離を求め、その距離が設定した受音半径以内であれば受音したと判定する。受音したと判定した場合には、受音したときの時刻とエネルギーを記録する。

(5) 特徴

音線法は計算が容易であるという利点がある一方、音線数や受音半径の設定によってさまざまな誤差が生じてしまう。Fig. 2.12 は音線数が少ない、もしくは、受音半径が小さいために、受音されるべき経路が、受音されたと判定されない場合を示したものである。また、Fig. 2.13 は受音半径が大きすぎるために、受音しないはずの経路が受音したと判定される場合を示したものである。

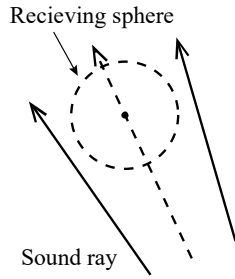


Fig. 2.12 Fault of ray tracing

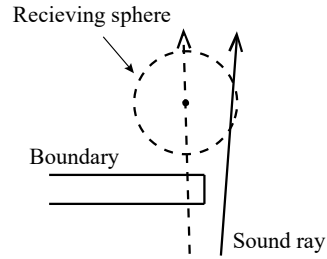


Fig. 2.13 Fault of ray tracing

(6) 計算手順

Fig. 2.14 に音線法の計算手順を示す（プログラムの表記は Fortran に準ずる）。まず、室形状や基本情報を入力し、壁面の法線ベクトルを算出すると共に、音源を作成する。次に、音線を追跡しながら、受音判定を行う。最後に、同時刻に受音した音線のエネルギーを足し合わせ、結果を出力する。

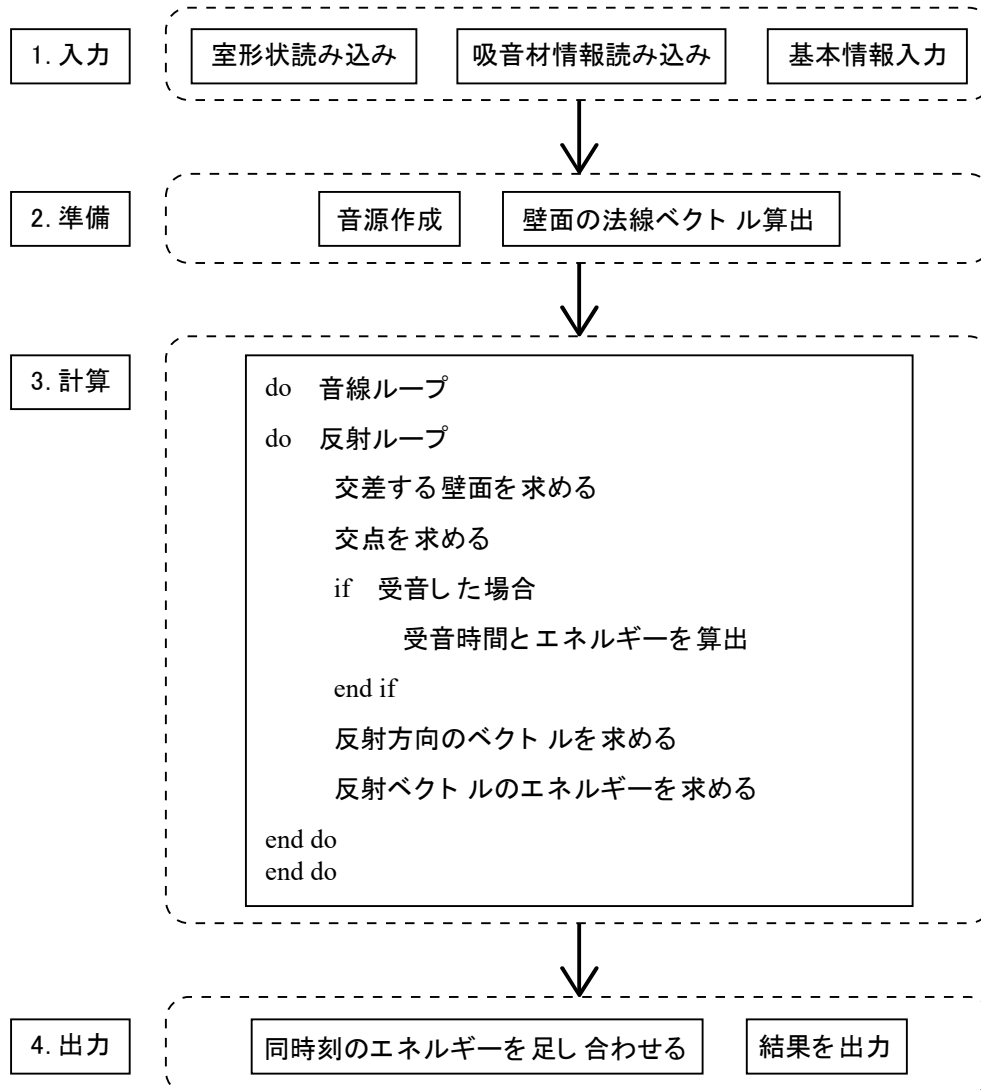


Fig. 2.14 Flow chart of ray tracing

2.2.2 虚像法

虚像法とは、壁面に対する虚音源を作成し、その虚音源群、および、実音源からのそれぞれの寄与を各反射音、および、直接音の強さとし、それらの総和を算出することによって、ある点の音の強さを求める手法である。虚像法では音線法と同様に、音は直進し、鏡面反射すると仮定する。しかし、距離減衰の考え方は音線法と異なり、虚音源ごとに距離の逆2乗則を考慮する必要がある。

(1) 音源

虚像法では、実音源と虚音源に単位エネルギーを与える。音線法では、音源から無数の音線を放射していたが、虚像法では、各音源と受音点を結び、各音源から受音点までの経路を考える。その経路が、実際に到達可能な経路かどうかを判定し、その経路が到達可能な経路であれば、虚音源ごとの距離減衰と反射壁面による吸音を計算し、受音点でのエネルギーと到達時間を算出する。

また、室内の総壁面数 m 、最大反射次数 k とすると、虚音源の総数 N は

$$N = \sum_{i=1}^k m(m-1)^{i-1} \quad (2.31)$$

と表せる。

(2) 境界面の扱い

境界面の扱いは音線法と同様であるため、2.2.1 項の(2)を参照されたい。

(3) 判定

作成された虚音源が有効なものかどうか、すなわち、受音点まで到達可能な経路を持つかどうかを判定する必要がある。矩形の室であれば、経路としては全虚音源が有効となる。しかし、遠くにある虚音源は距離減衰や壁面による吸音によって、受音点に到達するころには、ほぼ0となり、実質的には無効な虚音源となる場合がある。

一方、不整形な室の場合、経路として成立する虚音源を判定するには複雑なプロセスが必要である。本論文では詳細は割愛するので、Borish[12]の文献などを参照されたい。

(4) 特徴

虚像法では、方向、相対的なインテンシティ、及び、到達時間が音線法に比べて正確に求まる。したがって、初期反射音構造の検討やエコー障害のチェック、反射音の指向性の検討に有効である。しかし、式(2.29)に示した数の虚音源を作成が必要となるが、総壁面数や最大反射次数が多い場合には、一般的にその多くは有効でない虚音源であることが多く、計算効率が悪いという欠点がある。

(5) 計算手順

Fig. 2.15 に虚像法のフローチャートを示す (プログラムの表記は Fortran に準ずる)。まず、壁面に対する虚音源を、式(2.29)に基づく個数だけ作成し、有効な経路の虚音源を判定する。次に、有効な経路の虚音源のみ、音源と虚音源を結び、それぞれの距離減衰と壁面による吸音を算出し、受音点におけるエネルギー

ギーと到達時刻を算出する。最後に、同時刻のエネルギーを足し合わせ、結果を出力する。

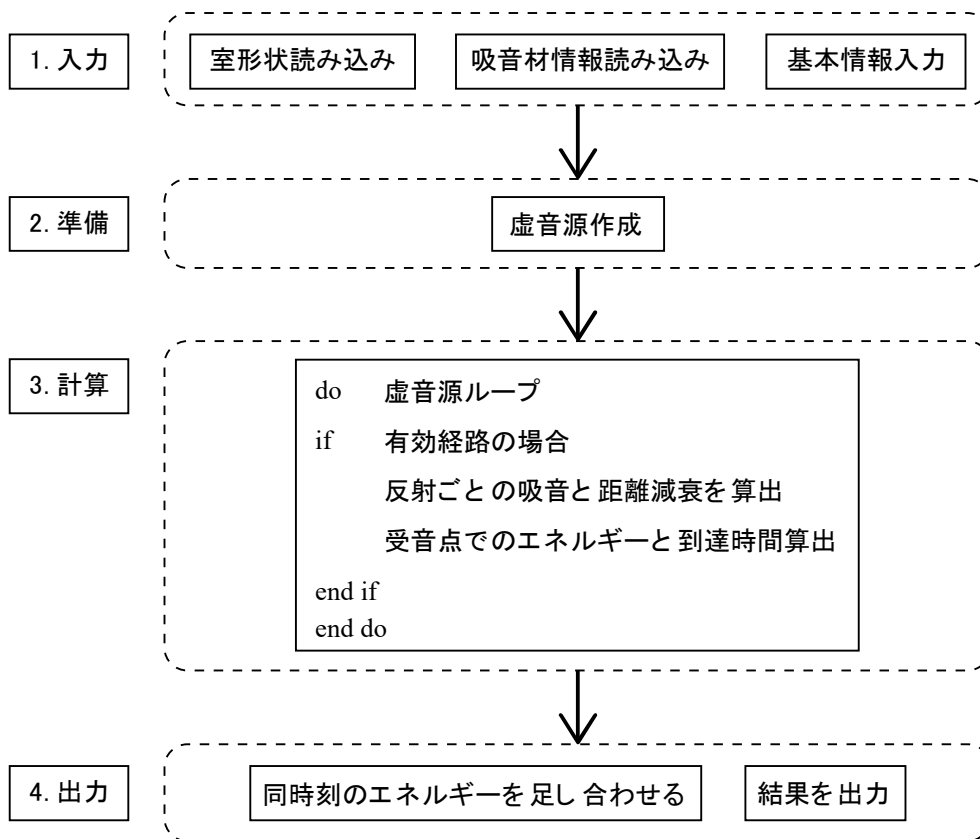


Fig. 2.15 Flow chart of image source

2.2.3 バックトレース法[13]

バックトレース法とは、音線法と虚像法を組み合わせることにより、音線法の誤差を少なくし、かつ、虚像法の計算効率の悪さを補う手法である。

(1) 計算手順

Fig. 2.16 にバックトレース法のフローチャートを示す（プログラムの表記は Fortran に準ずる）。まず、音線法によって反射経路のみを抽出し、その反射経路に基づいて虚音源を作成する。その虚音源が有効なものかを判定した後、有効虚音源のみを対象に虚像法により計算を行う。

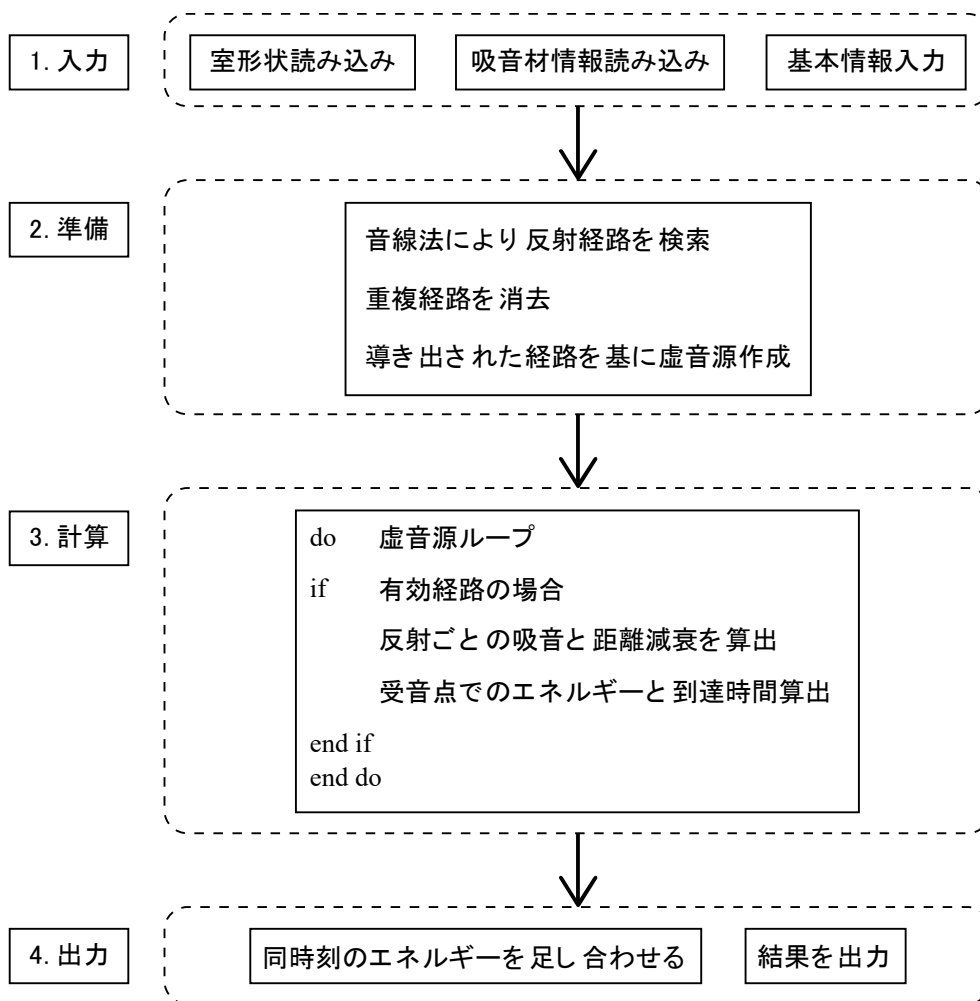


Fig. 2.16 Flow chart of backtrace method

(2) 判定

バックトレース法における有効虚音源の判定は、虚像法における有効虚音源の判定ほど複雑なものではなく、音線法によって導き出された反射経路どおりに、虚音源がその反射経路をたどれるかどうかで判定を行う。Fig. 2.17 は音線法によって 1→4 という反射経路を通して受信しており、それに基づいて虚音源を作成し、虚音源と受信点を結ぶと、同じように 1→4 と反射しているので、有効虚音源と判定できる場合を示したものである。Fig. 2.18 は音線法によって 1→8 という反射経路を通して受信しており、そ

れに基づいて虚音源を作成し、虚音源と受信点を結ぶと、1→8 と反射した後に 5 にぶつかっており、音線法によって導かれた反射経路とは異なる反射経路を通っているため、無効虚音源と判定される場合を示したものである。

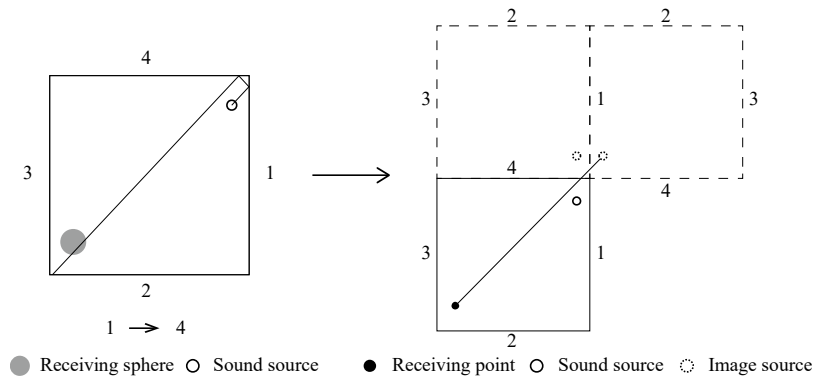


Fig. 2.17 Valid image source

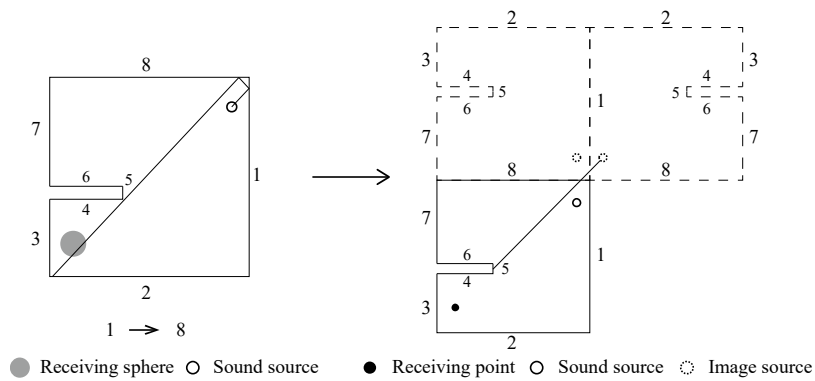


Fig. 2.18 Invalid image source

(3) 精度

Voländer[13]は、この手法を用いて計算することにより、音線法による受信領域を比較的大きく取り、かつ、音線数を減らしても、計算精度を保てることを示し、計算時間の大幅な短縮が可能になったと報告している。

2.3 フィルタ

波動音響理論と幾何音響理論によって求められた計算結果を合成するためには、それぞれの解析理論で対象とする周波数範囲の値のみを抽出する必要がある。そのために用いるのが帯域通過フィルタであり、本論文では帯域通過フィルタとしてバタワースフィルタを用いる。また、それ以外にも2.1.1項で述べた、FDTD法の計算において、音源にガウシアンパルスを与えてインパルス応答を求めるための、逆フィルタを用いる。本節ではこの2つのフィルタについて述べる。

2.3.1 バタワースフィルタ[14]

バタワースフィルタはフィルタ回路の一種で、通過帯域が可能な限り平坦な周波数特性となるように設計されており、理想低域通過フィルタを最もよく近似するテイラー級数近似をもつフィルタである。 n 次のバタワース低域通過フィルタの伝達関数は、

$$H(s) = \frac{1}{s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \cdots + a_{n-1} s + a_n} \quad (2.32)$$

と表される。1~5次のバタワース低域通過フィルタの伝達関数は、

$$H(s) = \frac{1}{s + 1} \quad (2.33)$$

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 1.4142s + 1} \quad (2.34)$$

$$H(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1} \quad (2.35)$$

$$H(s) = \frac{1}{(s^2 + 0.7654s + 1)(s^2 + 1.8478s + 1)} \quad (2.36)$$

$$H(s) = \frac{1}{(s + 1)(s^2 + 0.6180s + 1)(s^2 + 1.6180s + 1)} \quad (2.37)$$

と表される。ここで、角周波数を ω とすると、 $s = i\omega$ と表すことができる。

ここまで示した式はカットオフ周波数1のローパスフィルタの伝達関数である。これをカットオフ周波数 ω_0 のローパスフィルタに変換するには、 $s = s/\omega_0$ とすればよい。カットオフ周波数 ω_0 のハイパスフィルタに変換するには、 $s = \omega_0/s$ とすればよい。また、中心周波数 ω_0 、バンド幅 $\Delta\omega$ のバンドパスフィルタに変換するには、 $s = \Delta\omega s / (s^2 + \omega_0^2)$ とすればよい。

バタワースフィルタのインパルス応答 $h(t)$ は、 $H(s)$ の逆ラプラス変換によって得られる。また、バタワースフィルタへの入力を $X(s)$ 、出力 $Y(s)$ をとしたとき

$$Y(s) = H(s)X(s) \quad (2.38)$$

が成り立つ。よって、 $y(t)$ は

$$y(t) = \int_0^t h(t-\tau)x(\tau)d\tau \quad (2.39)$$

から得られる。

2.3.2 逆フィルタ

逆フィルタとは伝達関数の逆特性を持つフィルタのことで、周波数を ω 、伝達関数を $G(\omega)$ とすると、逆フィルタの特性は

$$H(\omega) = \frac{1}{G(\omega)} \quad (2.40)$$

と表される。逆フィルタをかけることで、変形してしまった信号を元に戻すことができる。FDTD法の計算において、音源としてガウシアンパルスを考えるが、これは体積速度として与えられる。それによって生じる対象周波数範囲の音圧の伝達関数は平坦にはならない。そのため、FDTD法でインパルス応答を得るためには、対象周波数範囲の音圧の伝達関数が平坦な特性となるように逆フィルタをかける必要がある。手順としては、音場に音源を与えたときの対象周波数範囲の音圧の伝達関数が平坦になるような逆フィルタを生成し、求めた計算結果にその逆フィルタをかけることで、FDTD法でもインパルス応答を求めることができる。Fig. 2.19に逆フィルタを生成する際の流れを示す。

また、本論文ではハイブリッド解析を行う際、位相の差異と振幅の差異を補正する処理をおこなうが、その際、理想的な伝達関数が得られない。そのため、理想的な伝達関数に戻すために、逆フィルタを用いる。詳細は2.4節で述べる。

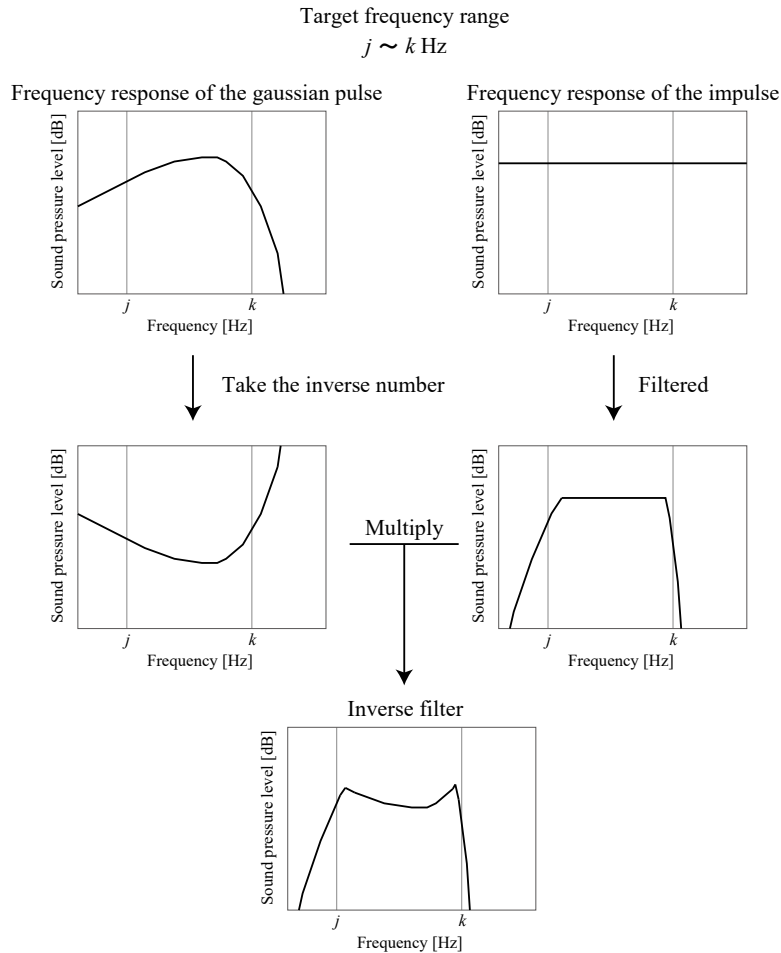


Fig. 2.19 Flow chart of inverse filter

2.4 ハイブリッド解析

本論文では、坂吉らによって提案されたハイブリッド解析手法を用いる。これはある周波数を境に波動音響理論と幾何音響理論の解析結果を合成する手法である。

この手法では、ともに時間領域の解を得ることができるという理由から、波動音響理論には FDTD 法を、幾何音響理論にはバックトレース法を用いている。FDTD 法とバックトレース法では与えることのできる音源の性質が異なり、2つの計算手法により得られた計算結果をそのまま合成することは不可能である。そこで合成する前にそれぞれの音源の差異を補正するために振幅と位相についての補正係数を求め、計算結果に適用する必要がある。

まずは波動音響解析、幾何音響解析それぞれの手法で自由空間における音源・受音点間のインパルス応答を求め、その計算結果それぞれにバタワース帯域通過フィルタをかけ、フーリエ変換する。これにより周波数応答が得られ、単位周波数ごとに導出された複素数の絶対値が振幅、偏角が位相を示す。振幅を補正する係数は、フィルタによって抽出した対象周波数範囲の振幅の平均値をそれぞれ求め、それらの比をとることで周波数ごとに求める。位相を補正する係数は、全周波数についてそれぞれ位相の差をとることで得る。こうして求めた係数を用いて、バタワース帯域通過フィルタをかけた後の解析対象空間のインパルス応答を周波数領域で補正し、逆フーリエ変換を行った後、得られた音圧をそれぞれ時間領域で足し合わせることで計算結果を合成する。しかし、自由空間における周波数応答のグラフは平坦でなければならないが、足しあわされた周波数応答は低音域や境目の周波数付近で値が大きくなり、平坦な周波数応答を得ることができない。それを補正するために、自由空間のハイブリッド解析の対象周波数範囲の伝達関数が平坦となるような逆フィルタを作成し、対象空間のハイブリッド解析の結果にその逆フィルタをかける。Fig. 2.20 にハイブリッド解析のフローチャートを示す。

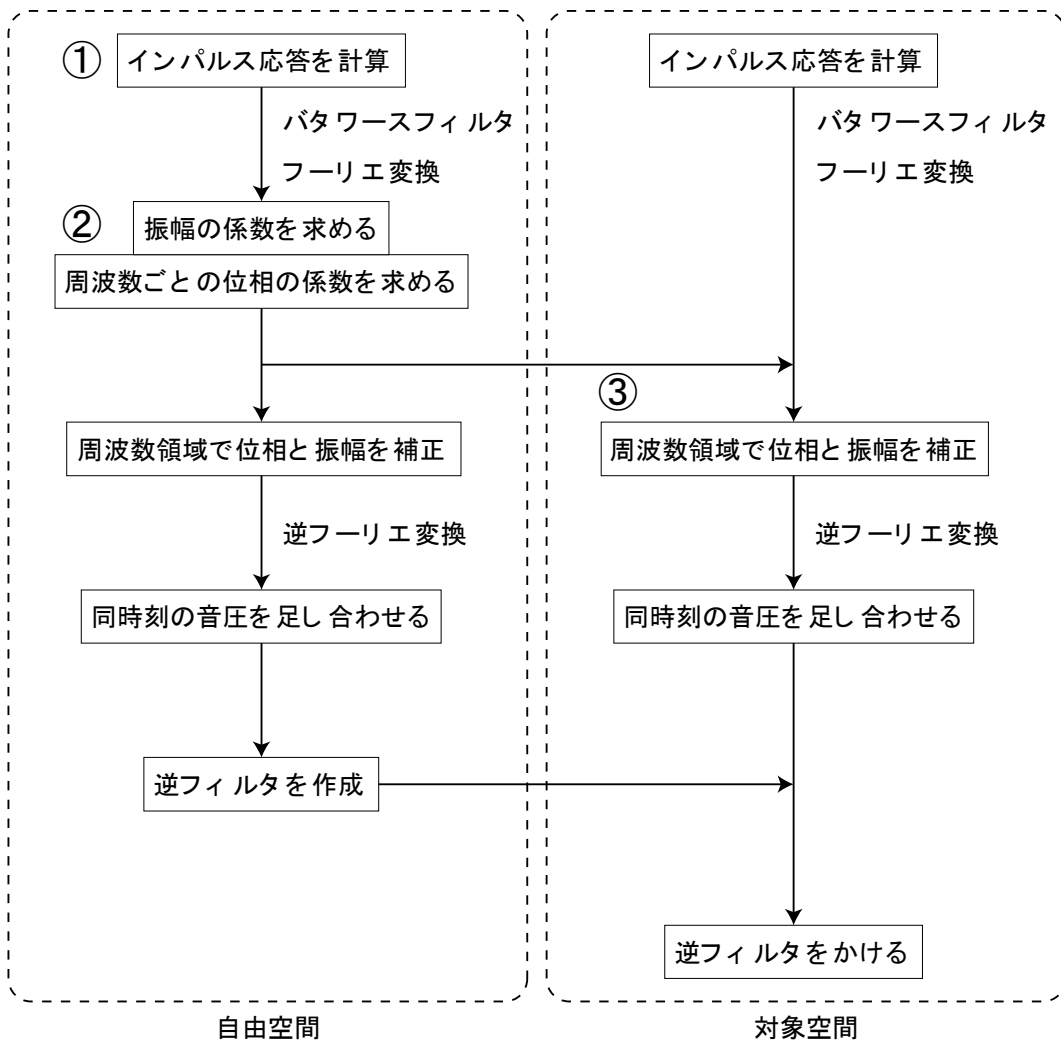


Fig. 2.20 Flow chart of hybrid analysis

第3章 研究方法

3.1 研究方法

(1) 解析対象の3次元モデル

はじめに、解析対象とするコンサートホールの決定と三次元モデル作成を行う。本研究では、ボストンのシンフォニーホールを解析対象として選択した。Fig. 3.1 に作成したモデルと音源、受音点位置を示す。

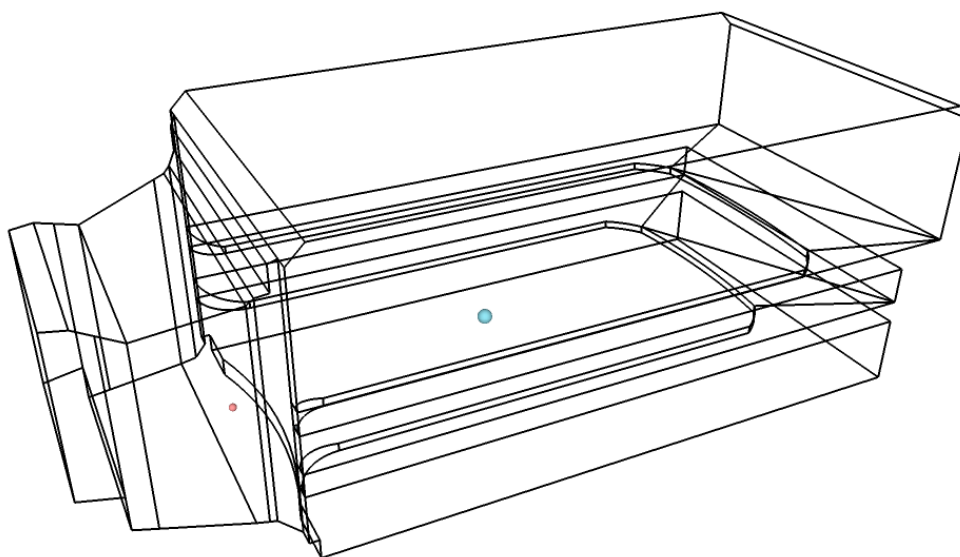


Fig.3.1 Three-dimensional model of the Boston Symphony Hall

(2) ハイブリッド解析

波動音響理論、幾何音響理論それぞれに則った解析を行い、坂吉[1]の提案する方法に従って両解析手法の結果を合成する。

(3) 物理的音響指標の比較検証

ハイブリッド解析により得られた解析値について、解析対象とした空間における残響時間 RT 、初期減衰時間 EDT 、クラリティ C_{80} の物理的音響指標の実測値との比較を行い、誤差の程度について検証を行う必要がある。以下にそれぞれの用語を解説する。

・残響時間

定常状態からエネルギーが 100 万分の 1 (-60 dB) となるまでの時間を指す。コンサートホールなどの空間においては、響きと臨場感に影響を与える。 RT を残響時間、 V を室容積、 A を室の等価吸音面積とすると、一般に Sabine の残響式を用い、以下のように表すことができる。

$$RT = 0.161 \frac{V}{A} \quad (3.1)$$

・初期減衰時間

直接音到来後、室内における音のエネルギー密度が定常状態に対し 10 dB 減衰するのに要する時間を 6 倍した値。残響感との相関が高いとされる。

・クラリティ

一般に音楽に対する透明度、明瞭性の評価量として使われる。直接音到達後 80 ms までに到達するエネルギーとそれ以降のエネルギーの比でデシベル表示した値として定義され、数値が高いほど透明度が高いと評価される。

$$C_{80} = 10 \log_{10} \left(\frac{\int_0^{80ms} p^2(t) dt}{\int_{80ms}^{\infty} p^2(t) dt} \right) \quad (3.2)$$

(4) 可聴化

無響室で録音されたドライソースと解析により得られたインパルス応答の畳み込みを行い、解析結果の可聴化を行う。ここで畳み込みとは、任意の入力信号に時間をずらしてインパルス応答を加算していく演算のことである。この畳み込みを行うことで、任意の空間について、その空間のもつ残響パターンを付加した音源を作成することができる。

3.2 解析条件

解析を行うにあたり設定した条件を以下に示す。ハイブリッド解析には自由空間（直接音）におけるFDTD法の解析結果も必要となるため、自由空間を想定したFDTD法の計算ではPMLを設置することでそれを表現する。

Table 3.1 Locations of sound source and receiving point

音源	(35.0, 0.0, 3.0)
受信点	(17.6, 0.0, 5.0)

Table 3.2 Calculation condition of hybrid analysis

音速	343.5 m/s
最大計算時間	3.0 s
時間離散化幅	2.288266×10^{-5} s
境界周波数	125 Hz

Table 3.3 Calculation condition of FDTD method

空間離散化幅	0.2 m
解析対象周波数	15.625~125 Hz
音源	ガウシアンパルス
ガウシアンパルス最大値	1.0 m ³ /s
ガウシアンパルス係数	1.0×10^5
ガウシアンパルス中心時間	1.0×10^{-3} ms
PML層数	32層
PMLテーパ乗数	4.0
PML減衰係数最大値	-60 dB

Table 3.4 Calculation condition of backtrace method

音線数	1,000,000本
受信半径	2.00 m
最大反射回数	100回

第4章 結果

シンフォニーホールの解析結果の時間応答 (Fig. 4.1) と周波数応答 (Fig. 4.2) のグラフを以下に示す。

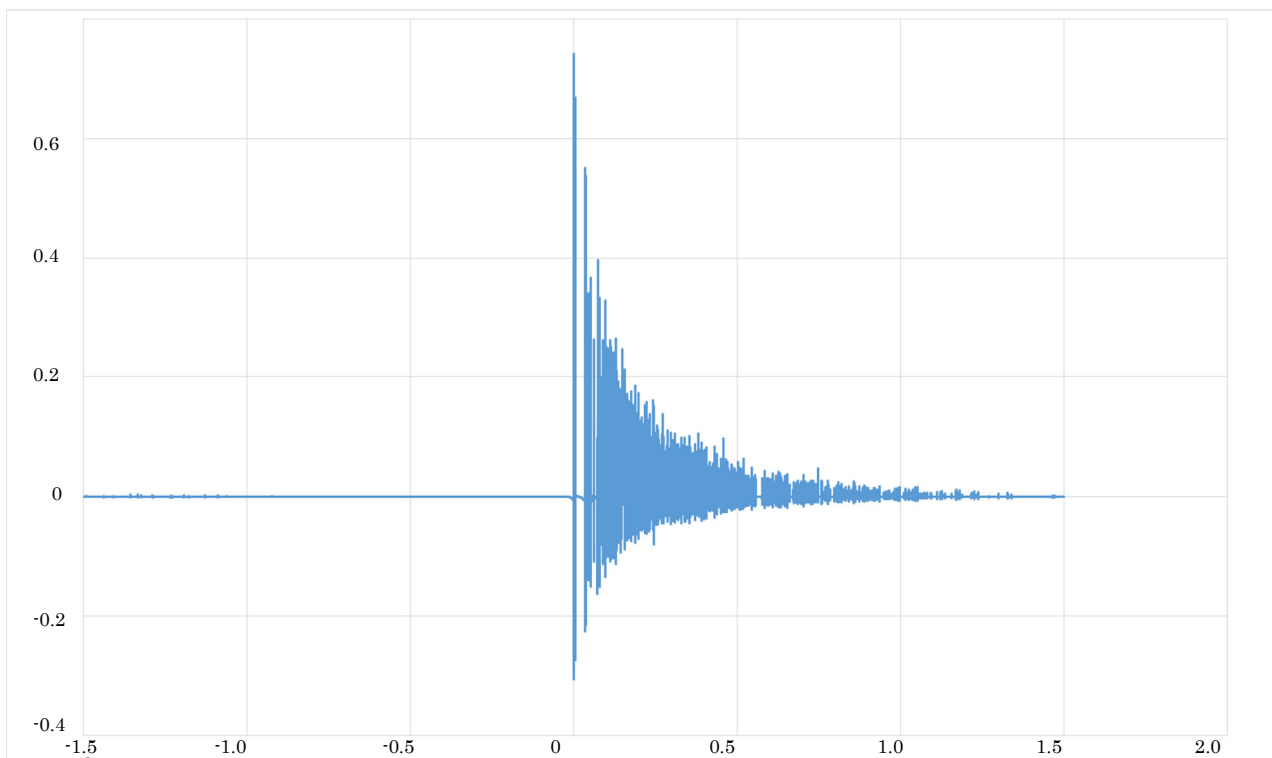


Fig. 4.1 Time response

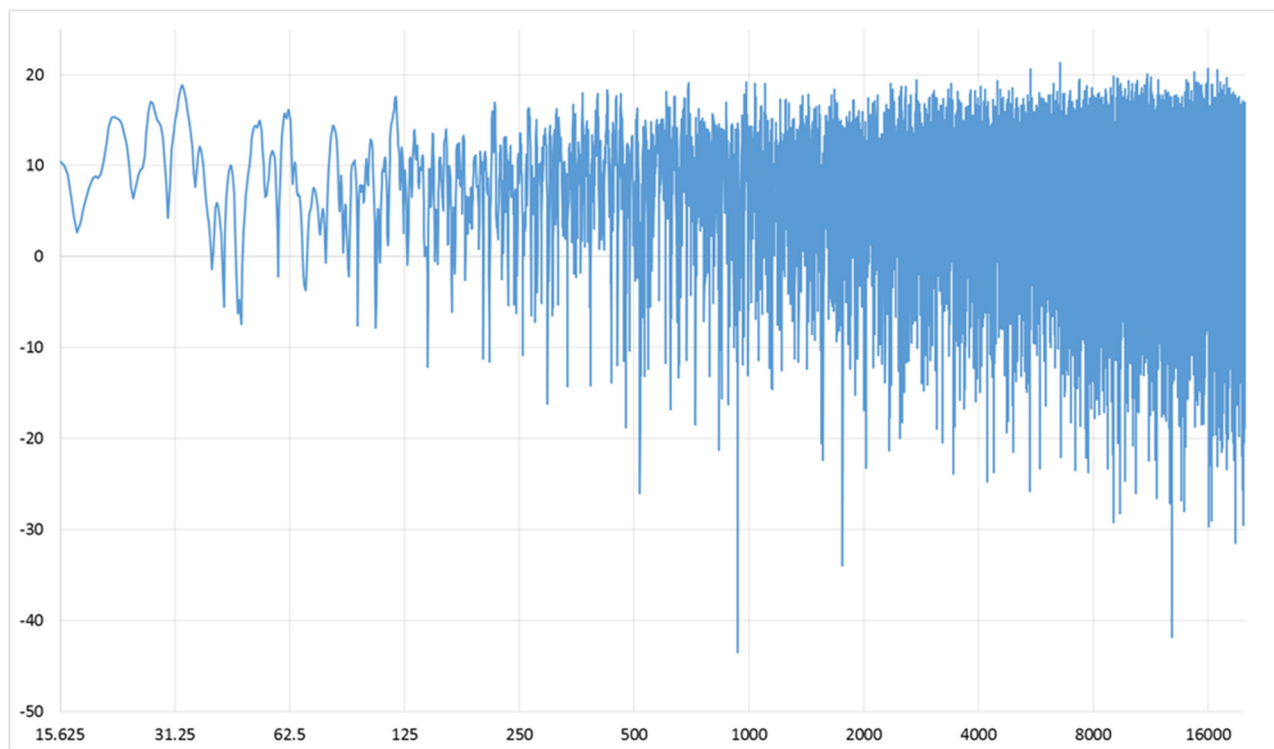


Figure 4.2 Frequency response

時間応答のグラフから、直接音はおよそ 0.05 秒後に受音点に到着していることが分かる。参考としてバックトレース法のみを用いて求めた時間応答のグラフと比較したが、それほど大きな差は見られなかった。

次にハイブリッド解析により得られたインパルス応答を用い計算した音響指標と、シンフォニーホールにおける音響指標の実測値を Table 4.1~4.3 にまとめる。

Table 4.1 Results of Reverberation Time

Hz	<i>RT</i> (hybrid analysis)	<i>RT</i> (measured data)
125	1.86	2.13
250	2.23	2.29
500	2.02	2.40
1k	2.21	2.63
2k	2.19	2.66
4k	2.24	2.38

Table 4.2 Results of Early Decay Time

Hz	<i>EDT</i> (hybrid analysis)	<i>EDT</i> (measured data)
125	1.63	2.04
250	2.21	2.14
500	2.36	2.24
1k	2.62	2.50
2k	2.52	2.62
4k	2.43	2.23

Table 4.3 Results of Clarity

Hz	C_{80} (hybrid analysis)	C_{80} (measured data)
125	-5.98	-2.42
250	-3.75	-2.63
500	-5.05	-2.76
1k	-4.20	-2.52
2k	-4.40	-2.97
4k	-3.80	-2.31

これらの結果を見ると、残響時間 *RT* と初期減衰時間 *EDT* については、250 Hz 以降の値について解析値と実績値について大きな誤差はないことが分かる。クラリティ C_{80} については解析値と実測値に比較的大きな誤差が見られたが、バックトレース法による解析値から求めた C_{80} の値とハイブリッド解析による解析値との間には大きな差は見られなかった。そのため、この誤差はここで使用したハイブリッド手法によるものではなく、ホールの 3 次元モデル作成の際に設定した素材やモデル化に際し形状を簡略化した

ことが主な原因と推察できる。また 125 Hz において予測した残響時間が実測値よりも短くなった。解析対象としたシンフォニーホールはもともと低音域の残響時間が短めではあるが、それを差し引いても短い残響時間となっている。これは、実在するホールを対象にハイブリッド解析を行うにあたり、主に計算時間と計算負荷の観点から空間離散化幅を 0.2 m と大きめに取ったことによることが原因と考えられる。また可聴化についての検討であるが、やはり低音域における残響時間がやや短いせいか、やや低音域の響きが弱い印象を受けた。しかし全体としては大きな違和感なくホールの響きが付加されたように感じる。

第5章 結論

本研究では、解析対象とする空間を既往研究のものから拡大し、解析結果を実測値と比較することでハイブリッド解析の実用性を評価することを目的とした。結論から述べると、ハイブリッド解析の大規模空間への適用は実現可能であるが、現段階では予測精度の観点から見て、実用に耐えると述べることは難しい。その要因のひとつとして、作成した3次元モデルの形状、および、壁面吸音特性の精密さが欠けていたことが挙げられる。

また、本研究ではFDTD法の解析対象周波数を15.625~125 Hzと設定したため、ハイブリッドの境界周波数が125 Hzと低めになってしまっているが、幾何音響解析により生じる誤差を考えれば、より正確な解析結果を得るには波動音響解析でももう少し高音域まで解析できるほうが望ましいと思われる。大規模空間において波動音響解析の解析対象周波数を高めることは計算負荷が大きくなることを意味するが、現時点の計算機資源とハイブリッド解析の精度、および、計算時間の折り合いまで含めて今後検討していく必要があるものと思われる。

参考文献

- [1] 坂吉佑太: “幾何音響理論と波動音響理論を用いた大規模空間のハイブリッド音場解析に関する研究”, 関西大学卒業論文, 2016.
- [2] Leo Beranek: “CONCERT HALLS AND OPERA HOUSES Music, Acoustics, and Architecture”, 1996.
- [3] 日本建築学会編: “音環境の数値シミュレーション-波動音響解析の技術と応用-“, 丸善, 東京, 2011.
- [4] 豊田政弘: “FDTD 法で見る音の世界”, コロナ社, 東京, 2015.
- [5] 日本建築学会: “室内音場予測手法—理論と応用—”, 丸善, 2001.
- [6] 鶴秀生, 岩津玲磨: “差分方によるインパルス応答の効率的計算手法”, 日本音響学会春季研究発表会講演論文集, 1055-1058, 2009.
- [7] J. P. Berenger: “A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves”, J. Comput. Phys., 114(2), 185-200, 1994.
- [8] W. C. Chew, Q. H. Liu: “Perfectly matched layer for elastodynamics: a new absorbing boundary condition”, J. Comput. Acoust. 4(4), 341-359, 1996.
- [9] 千葉修, 柏達也, 霜田英麿, 鏡慎, 深井一郎: “リープフロッグアルゴリズムに基づく時間依存差分法による音場解析”, 日本音響学会誌 49(8), 551-562, 1993.
- [10] 日本建築学会編: “はじめての音響数値シミュレーションプログラミングガイド”, コロナ社, 東京, 2012.
- [11] 鈴木広隆, 平手小太郎, 安岡正人: “軸対称等立体角 26 面体を用いた全方位の離散化 -方向別に定義された物理量の可視化のための一提案-“, 図学研究 36(1), 3-9, 2002.
- [12] J. Borish: “Extension of the image model to arbitrary polyhedral”, J. Acoust. Soc. Am., 75(6), 1827-1836, 1984.
- [13] Michael Vorländer: “Simulation of the transient and steady-state sound propagation in rooms using a new combined ray-tracing/image-source algorithm”, J. Acoust. Soc. Am., 86(1), 172-178, 1989.
- [14] 谷萩隆嗣: “デジタルフィルタと信号処理”, コロナ社, 東京, 2001.

謝辞

本研究を進めるにあたり、一からご指導ご鞭撻を賜りました豊田政弘准教授に深く感謝申し上げます。決して得意とは言えないプログラムの解説や作成に当たり、なかなか理解が追いつかない状態で先生にはご負担をおかけする場面が多くありましたが、それでも一つ一つ丁寧に教えていただき、本当に感謝の言葉しかありません。また音響工学に関する基礎的な知見や、発表に際しての様々なアドバイスを賜りました河井康人教授にも深謝申し上げます。お二方には進路に関しても色々と相談させていただきましたがいつも親身に聞いていただき、本当に心強い限りでした。またお忙しい中研究内容についてたくさんの質問と相談に答えてくださった坂吉さんをはじめ、研究室の先輩方、同期の皆様にも深く感謝申し上げます。本当にありがとうございました。

2017年2月13日