

空気音透過と固体音放射の関係性

関西大学 環境都市工学部 建築学科

建築環境工学第 I 研究室

建 13 - 0025 小野 亜希

指導教員 豊田 政弘 准教授

目次

第1章	はじめに	
1.1	研究背景	3
1.2	既往研究	4
1.3	研究目的	8
第2章	研究方法	
2.1	計算方法	9
2.2	計算条件	13
2.3	評価法	14
第3章	研究結果	
3.1	透過損失	17
3.2	放射パワーレベル	19
3.3	変換係数	21
第4章	まとめ	22
	参考文献	23

第1章 はじめに

1.1 研究背景

静穏な建築空間の実現には遮音性能が重要である。一般に壁体の遮音性能は透過損失で評価される。しかし、遮音性能を現場で測定評価する場合、室間音圧レベル差によることとなるが、これは壁体の透過以外の経路も含んだもので、壁体そのものの透過損失とは言い難い。そこで、音波が壁を透過して伝わる空気音透過と、壁が直接加振されて音波を放射する固体音放射の関係を見いだすことができれば、固体音放射の測定により壁体そのものの透過損失を評価できる可能性がある。

1.2 既往研究

矢入ら[1]は、まず空気音透過と固体音放射の関係を解析的に得るため、理論モデルを用いた検討を行った。単純な条件として、空気音透過については質量則、固体音放射についてはピストン振動モデルと点加振入力弾性モデルの2つのモデルで音響放射パワーを求めた。空気音透過では入射パワーと透過パワーの比である透過率 P_t 、固体音放射では入力パワーと放射パワーの比である入出力パワー比 P_{wr} を定義した。両者の間には、 $P_t = \varepsilon P_{wr}$ の関係が存在することが近似解析により示され、その比 ε を変換係数とした。

六車[2]は空気音透過と固体音放射の関係についての理論解析が実環境においても得られるかを検討するため、残響室を用いて実験を行った。空気音透過では音源室でジェネレーター、アンプを操作し、周波数の異なる30秒間の定常バンドノイズを発生させた。音源室5点と測定室5点の計10ch同時録音により、音圧レベルと残響時間を測定した。固体音放射では5つの加振点で小型加振器による30秒間の定常バンドノイズ加振と、加振点1点で大型加振器による30秒間の定常バンドノイズ加振を行い、加振力1点と両室の音圧レベル10点の計11ch同時録音を行った。これらを石膏ボードの厚さが12.5mmの場合と増し張りを行った25mmの2ケースで測定した。使用した残響室(図1.1)の容積は180m³、表面積は191.8m²である。開口部は4m×2.5mとなっている。開口部に910mm×2730mmの石膏ボード5枚を加工し、木枠・間柱を用いて設置する(図1.2)。

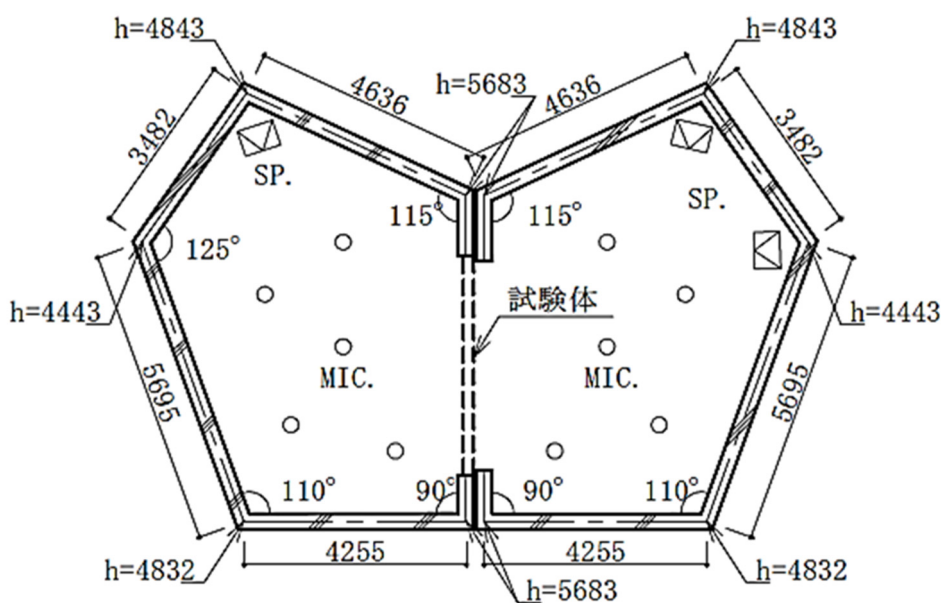


図 1.1 残響室図面

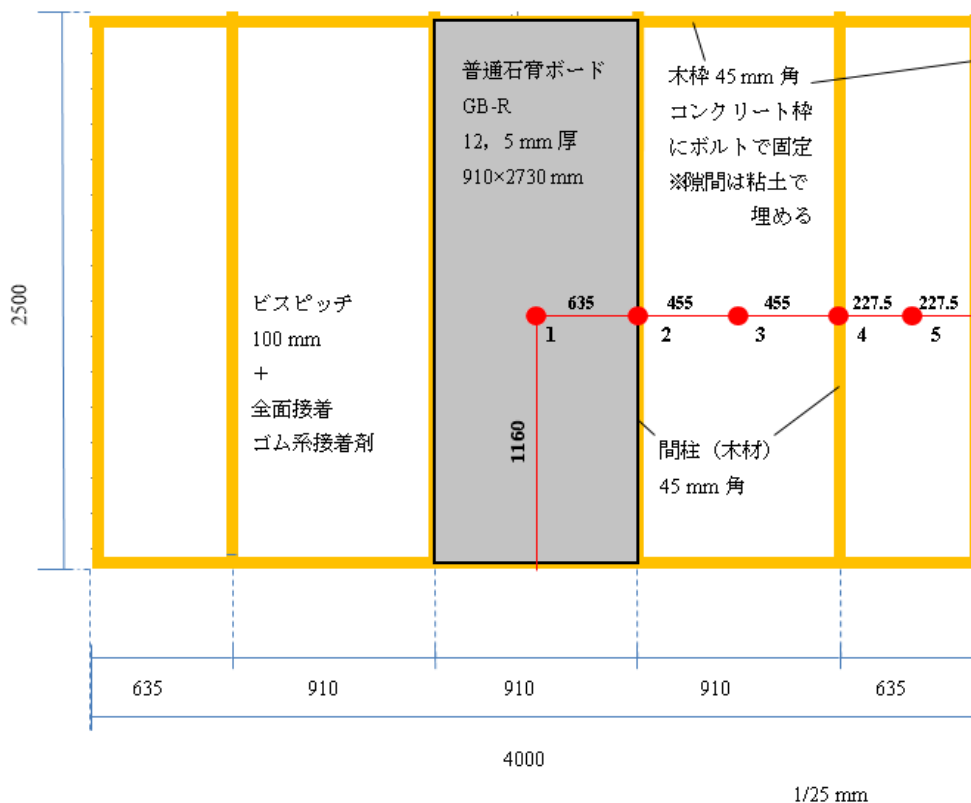


図 1.2 試験体姿図および加振位置

実験結果として、12.5 mm と 25.0mm それぞれの厚さにおいて、透過率と入出力パワー比、それらを用いて求めた変換係数と理論による解析結果を比較して示したものが図 1.3～1.7 である。この結果より、空気音透過と固体音放射には一定の関係が見られることが示された。また、変換係数は板の厚みなどの物性値によらずほぼ一定であった。しかし、変換係数 ϵ は理論値とは定量的には十分には一致しなかった。

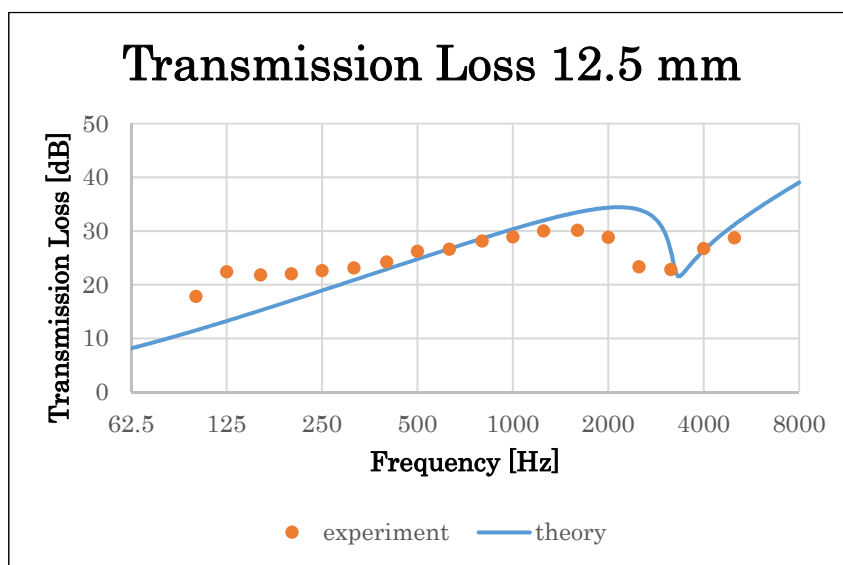


図 1.3 透過損失 12.5 mm の場合

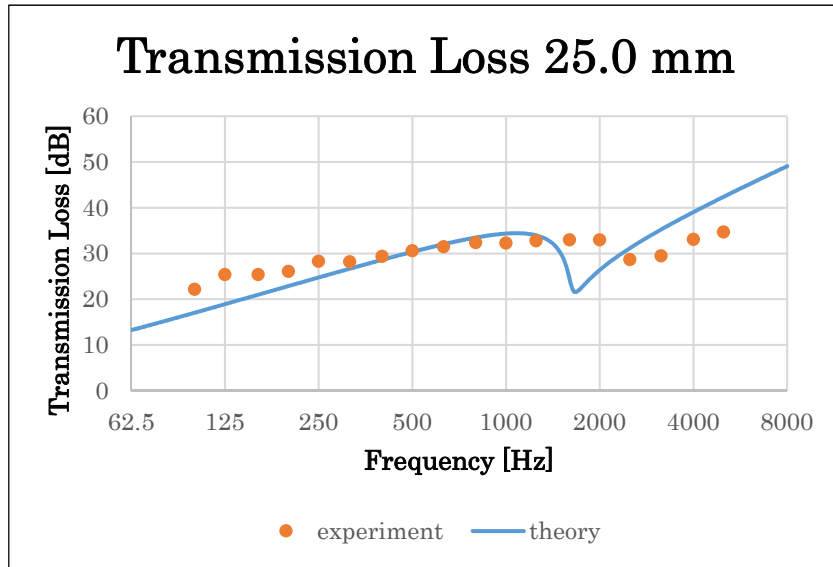


図 1.4 透過損失 25.0 mm の場合

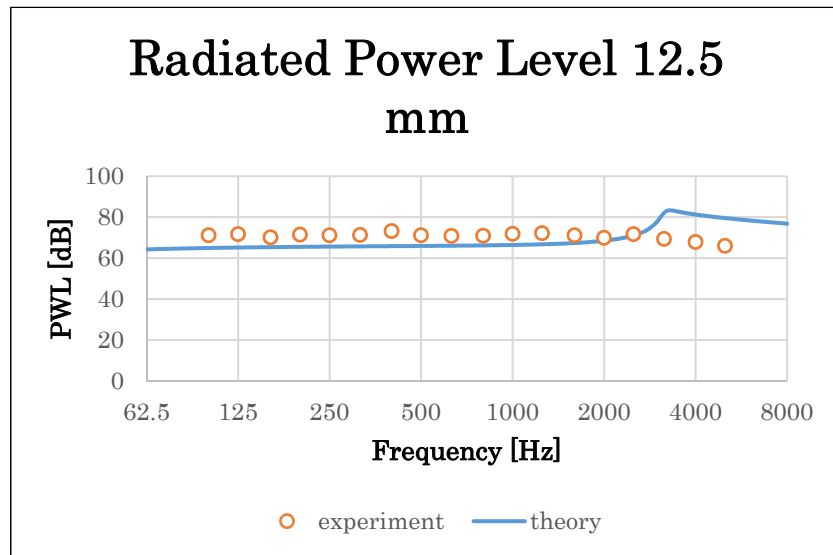


図 1.5 放射パワーレベル 12.5 mm の場合

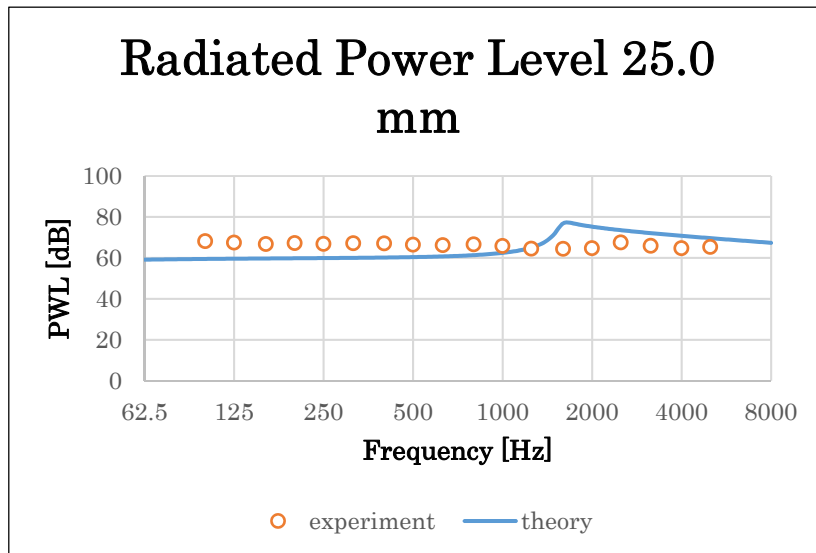


図 1.6 放射パワーレベル 25.0 mm の場合

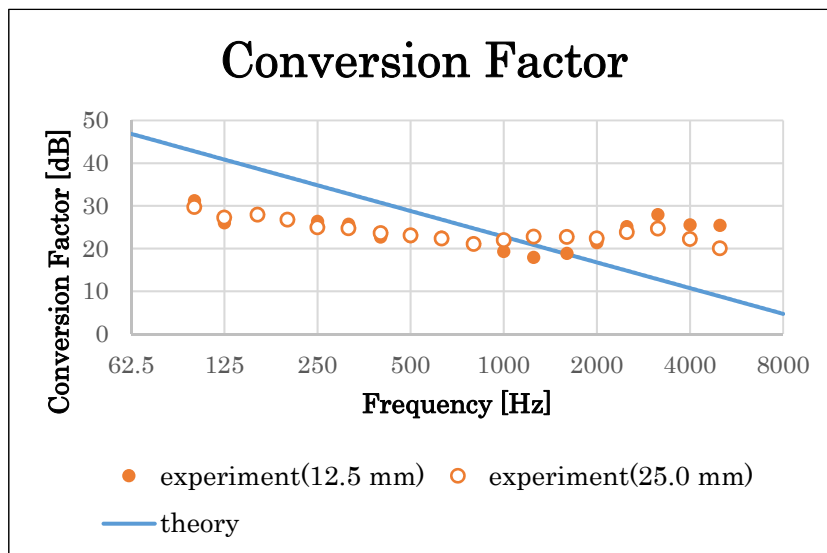


図 1.7 変換係数

1.3 研究目的

前節までに紹介した研究から空気音透過と固体音放射に一定の関係を見いだすことはできたが、理論と実測の数値の不一致より、まだ現場での利用は不可能と考えられる。そこで本研究では理論値と実験値の不一致の原因を求めることを目的とする。ここでは数値解析手法のひとつである時間領域有限差分法 (FDTD 法) を用い、考えうるいくつかの不一致の原因について、それぞれが解析結果に与える影響を検討する。前節に示した不一致と同様の傾向を示すものが見つかれば、その原因を改善することで現場での利用へ近づけることにつながると考えられる。

第2章 研究方法

2.1 計算手法

音場の計算手法として FDTD 法を用いた[3]。FDTD 法とは、時々刻々と変化する音場の数値解析手法の 1 つであり、計算対象となる音場を格子状に離散化し、運動方程式と連続方程式の微分係数を差分近似することで離散化された参照点での物理量を逐次的に求める方法である。

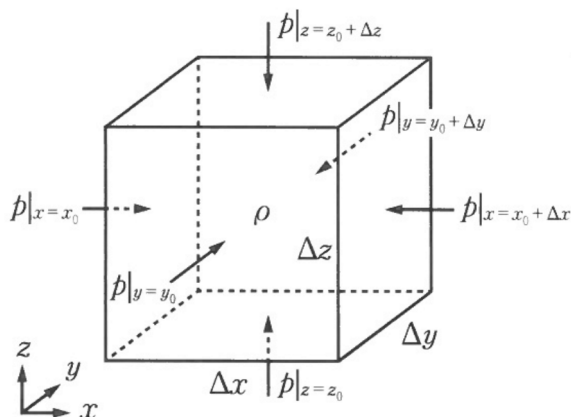


図 2.1 空気粒子にかかる力

図 2.1 のように x, y, z の直交座標空間に寸法がそれぞれ $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ [m] で、密度が ρ [kg/m³] の空気粒子があり、各面に音圧 p [N/m²] が加わっているとき、空気粒子の x, y, z 方向の変位をそれぞれ u_x, u_y, u_z [m] とすると運動方程式は、

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.2)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.3)$$

となる。

また、空気粒子の各面の変位を考え、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ がそれぞれ微小量であることを考慮すれば、空気粒子の体積の増分 ΔV [m³] は、0

$$\Delta V = \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.4)$$

となる。

一方、断熱変化を仮定すれば、音圧と体積変化率の関係は体積弾性率 κ [N/m²] を介して、

$$p = -\kappa \frac{\Delta V}{V} \quad (2.5)$$

となる。ここで V [m³] は変形前の体積である。なお、体積弾性率と密度、音速 c [m/s] には、

$$\kappa = \rho c^2 \quad (2.6)$$

の関係がある。さて、式(2.4)式を式(2.5)に代入すれば

$$p = -\kappa \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \quad (2.7)$$

となり、これを音圧に関する連続方程式という。

次に式(2.1)~(2.3)、(2.7)を支配式として音波の解析を行う。これらすべての式を 1 階の偏微分方程式とするために、 x, y, z 方向の変位をそれぞれ粒子速度 v_x, v_y, v_z [m/s] に置き換えると、

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.8)$$

$$\rho \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.9)$$

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\kappa \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \quad (2.11)$$

となる。

FDTD 法では空間や時間がある単位で区切り、その区切りごとの離散的な値を用いることで連続関数を近似する。空間や時間を単位で区切ることを離散化、空間に関する区切り幅を空間離散化幅、時間に関する区切り幅を時間離散化幅、区切りごとの離散的な値を定めた点を参照点という。

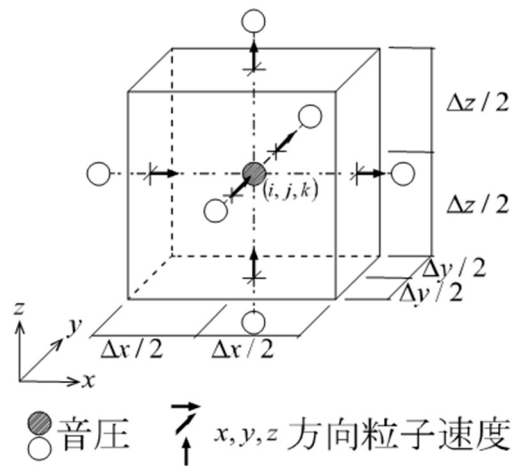


図 2.2 Yee セル

3次元音場における時間的なずれの表現を省略し、1つの音圧参照点とそれを囲うように配置された粒子速度参照点の空間的な配置を図 2.2 に示す。中心に配置された音圧参照点が x, y, z 方向にそれぞれ何番目の点であるかを (i, j, k) を用いて表すと、粒子速度はそれぞれの軸の変数に ± 0.5 を加えた座標となる。空間離散化幅が一定であれば音圧参照点の座標は、 $x = (i \pm 0.5)\Delta x, y = (j \pm 0.5)\Delta y, z = (k \pm 0.5)\Delta z$ [m] であり、この (i, j, k) を空間ステップと呼ぶ。時間に関しても同様に、何番目の時間参照点であるかを n を用いて表現すると、時間離散化幅が一定であれば

$t = (n \pm 0.5)\Delta t$ [s]であり、 n を時間ステップと呼ぶ。

式(2.8)の右辺にある x に関する偏微分係数を

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=x_0} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{p \Big|_{x=x_0+\frac{\Delta x}{2}} - p \Big|_{x=x_0-\frac{\Delta x}{2}}}{\Delta x} \approx \frac{p \Big|_{x=x_0+\frac{\Delta x}{2}} - p \Big|_{x=x_0-\frac{\Delta x}{2}}}{\Delta x} \quad (2.12)$$

のように差分商を用いて近似する。このような差分近似の方法を中心差分スキームと呼ぶ。図 2.2 の配置に式(2.12)を適用すると、空間ステップ $(i+0.5, j, k)$ の位置、時間ステップ n の時刻において、式(2.8)は

$$\rho \frac{v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) - v_x^{n-0.5}(i+0.5, j, k)}{\Delta t} = - \frac{p^n(i+1, j, k) - p^n(i, j, k)}{\Delta x} \quad (2.13)$$

と近似できる。このようにスタガードグリッドを用いることで、空間微分にも時間微分にも式(2.12)と同様の近似を用いることができる。同様に、式(2.9)～(2.11)は

$$\rho \frac{v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) - v_y^{n-0.5}(i, j+0.5, k)}{\Delta t} = - \frac{p^n(i, j+1, k) - p^n(i, j, k)}{\Delta y} \quad (2.14)$$

$$\rho \frac{v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) - v_z^{n-0.5}(i, j, k+0.5)}{\Delta t} = - \frac{p^n(i, j, k+1) - p^n(i, j, k)}{\Delta z} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{p^{n+1}(i, j, k) - p^n(i, j, k)}{\Delta t} = & -\kappa \frac{v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) - v_x^{n+0.5}(i-0.5, j, k)}{\Delta x} \\ & - \kappa \frac{v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) - v_y^{n+0.5}(i, j-0.5, k)}{\Delta y} \\ & - \kappa \frac{v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) - v_z^{n+0.5}(i, j, k-0.5)}{\Delta z} \end{aligned} \quad (2.16)$$

と近似される。

式(2.13)～(2.16)において、最も時間ステップが大きい項のみを左辺に残すように変形すると、

$$v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) = v_x^{n-0.5}(i+0.5, j, k) - \frac{\Delta t}{\rho \Delta x} \{ p^n(i+1, j, k) - p^n(i, j, k) \} \quad (2.17)$$

$$v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) = v_y^{n-0.5}(i, j+0.5, k) - \frac{\Delta t}{\rho \Delta y} \{ p^n(i, j+1, k) - p^n(i, j, k) \} \quad (2.18)$$

$$v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) = v_z^{n-0.5}(i, j, k+0.5) - \frac{\Delta t}{\rho \Delta z} \{ p^n(i, j, k+1) - p^n(i, j, k) \} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} p^{n+1}(i, j, k) = & p^n(i, j, k) - \kappa \frac{\Delta t}{\Delta x} \{ v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) - v_x^{n+0.5}(i-0.5, j, k) \} \\ & - \kappa \frac{\Delta t}{\Delta y} \{ v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) - v_y^{n+0.5}(i, j-0.5, k) \} \\ & - \kappa \frac{\Delta t}{\Delta z} \{ v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) - v_z^{n+0.5}(i, j, k-0.5) \} \end{aligned} \quad (2.20)$$

と変形できる。式(2.17)は時間ステップ $n-0.5$ を「過去」、 n を「現在」、 $n+0.5$ を「未来」の状態と考えれば、空間ステップ $i+0.5, j, k$ の位置の「過去」の v_x の値と、その周囲の「現在」の p の値から、「未来」の v_x の値を求める式と解釈できる。式(2.18)、(2.19)についても同様である。

これらの計算をすべての空間ステップに対して行えば、「過去」の粒子速度分布と「現在」の音圧

分布から「未来」の粒子速度分布が得られることになる。次に、時間ステップを半ステップ進め、 n を「過去」、 $n + 0.5$ を「現在」、 $n + 1$ を「未来」の状態と考えれば、式(2.20)は、「過去」の音圧分布と「現在」の粒子速度分布から「未来」の音圧分布を求める式と分かる。

以上のことより、初期時刻の粒子速度分布と音圧分布の1組さえ既知であれば、以降それぞれの分布は式(2.17)～(2.19)と式(2.20)を全空間ステップについて交互に計算することで、つぎつぎと新しい時間ステップのものを求めることができる。なお、初期時刻の場の状態を表す条件のことを初期条件と呼ぶ。このように、粒子速度の計算と音圧の計算を空間的にも時間的にも互い違いに行う方法をリープフロッグアルゴリズムと呼ぶ。

2.2 計算条件

矢入ら[1]と六車[2]の研究結果で理論値と実験値で不一致になった原因として、「空間が無限大か有限大かどうか」「板が無限大か有限大かどうか」「板に間柱があるかどうか」の3つを仮定した。下記の条件でFDTD法による数値解析を行い、それぞれの結果を比較することで原因の追究を試みる。

対象とした空間は5000 mm × 4000 mmの2次元空間とし、中心を横切る形で板を置いた。上記の仮定を模擬した下記の4条件を考えた(図2.3)。

Case0 : 空間・板共に無限大

Case1 : 空間は無限大で板が有限大

Case2 : 空間は無限大で板が有限大で間柱有り

Case3 : 空間・板共に有限大

板の厚さはFDTD法の空間離散化幅を考慮して20 mmと40 mmの2種類とし、板は石膏ボード、その他は空気の媒質定数を与えた。また、間柱は完全剛な境界としてモデル化した。空間離散化幅を x 軸、 y 軸共に5 mm、時間離散化幅を 2.165064×10^{-3} ms、計算対象時間を500 ms、計算対象周波数を15.625~3435 Hzとする。PML(完全吸収層)を解析対象領域の外側に設置することで、無限大の空間を模擬した。受音点は板中央から±1000 mm離れた位置に設定した。空気音透過を計算する場合は板中央から1000 mm離れた位置に音源を置き、固体音放射の場合は板の中央を面外方向にガウシアンパルスの時間波形の力で加振した。

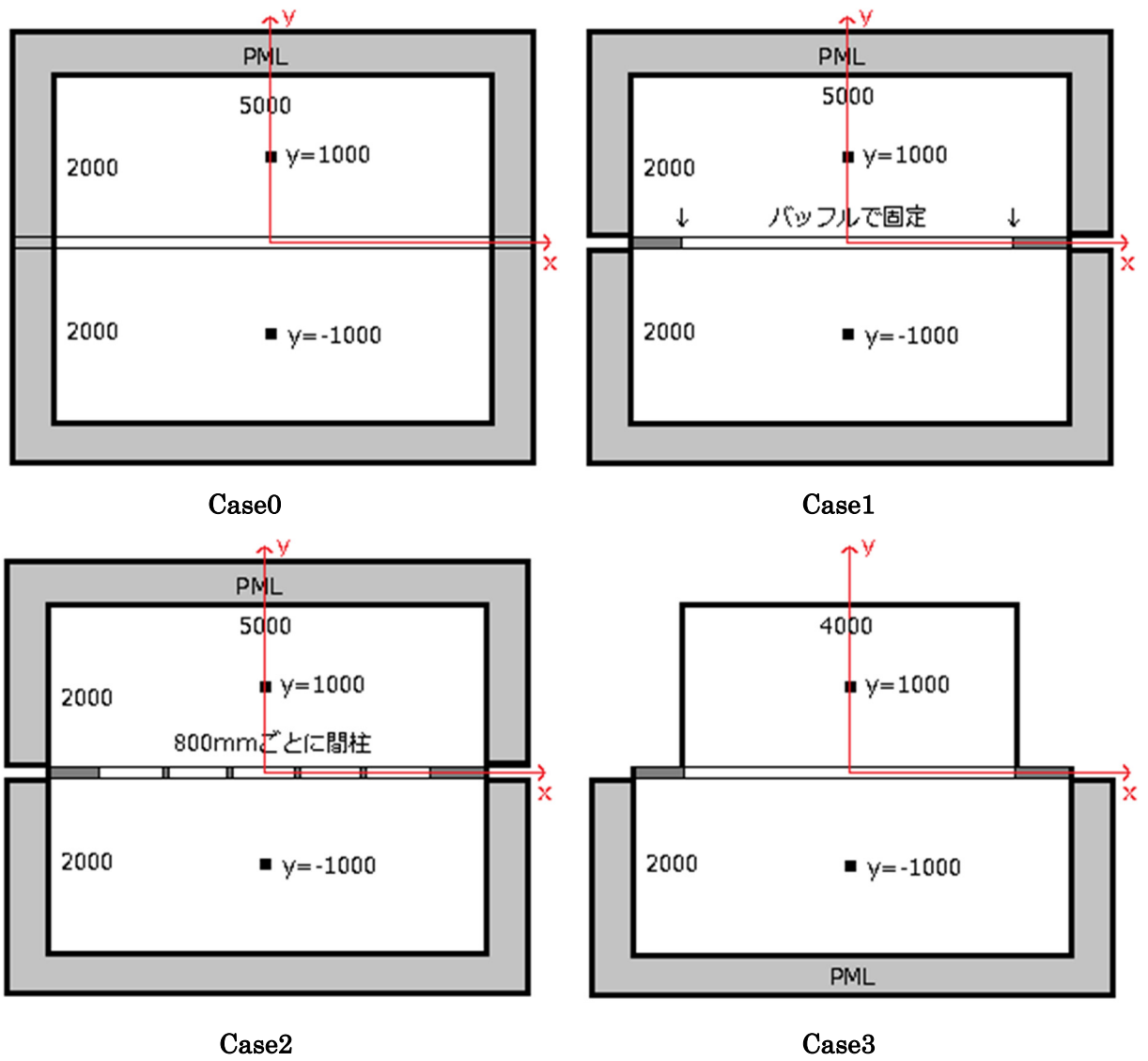


図 2.3 条件ごとの 2 次元空間間略図

2.3 評価法

本来、透過損失や放射パワーレベルは、入射波や透過波、放射波のエネルギー、もしくは、単位面積当たりを単位時間に通過するエネルギー量であるインテンシティを用いて算出されるものであるが、FDTD法ではこれらの物理量の計算に多大な計算資源が必要となるため、ここでは設定した受音点位置での音圧波形を用いてこれらにある程度対応すると思われる量を算出する。

まず、空気音透過の場合、Case0（空間・板共に無限大）の入射側受音点位置（音源位置）での音圧波形を時間軸上で入射波と反射波に分離し、入射波をフーリエ変換して絶対値をとることで各周波数の入射音圧振幅 A_i を算出する。 A_i はいずれの Case でも共通とする。一方、各 Case での透過側受音点位置での音圧波形をフーリエ変換して絶対値をとり、透過音圧振幅 A_t を算出する。これらの比を下記の通り透過率 P_t と定義する。

$$P_t = \frac{A_t^2}{A_i^2} \quad (2.21)$$

これを用いて、透過損失は

$$TL = 10 \log_{10} \frac{1}{P_t} \quad (2.22)$$

で算出される。

次に放射パワーレベルの場合、加振力波形をフーリエ変換して絶対値をとることで、各周波数の加振力振幅 F_i を算出する。一方、各 Case での放射側受音点位置での音圧波形をフーリエ変換して絶対値をとり、放射音圧振幅 A_r を算出する。これらの比を下記の通り入出力パワー比と定義する。ただし、 A_r と F_i は単位が異なるため、物理的に正確な意味でのパワー比ではないことに注意が必要である。

$$P_{wr} = \frac{A_r^2}{F_i^2} \quad (2.23)$$

これを用い、放射パワーレベルは

$$PWL = 10 \log_{10} P_{wr} \quad (2.24)$$

と定義する。ただし、式(2.23)で定義した量のレベルであるため、本来の意味での放射パワーレベルではないことに注意が必要である。

また、変換係数 ε は、

$$\varepsilon = \frac{P_t}{P_{wr}} \quad (2.25)$$

で算出される。ただし、式(2.23)(2.24)の定義により、物理的な正確さを欠いているため、変換係数の絶対的な値は意味を持たず、Case間での相対的な比較のみが可能であることに注意が必要である。

なお、透過率及び入出力パワー比は1/3オクターブバンド毎に平均し、その平均値から各バンドの透過損失、放射パワーレベル、変換係数を求める。

第3章 研究結果・考察

3.1 透過損失

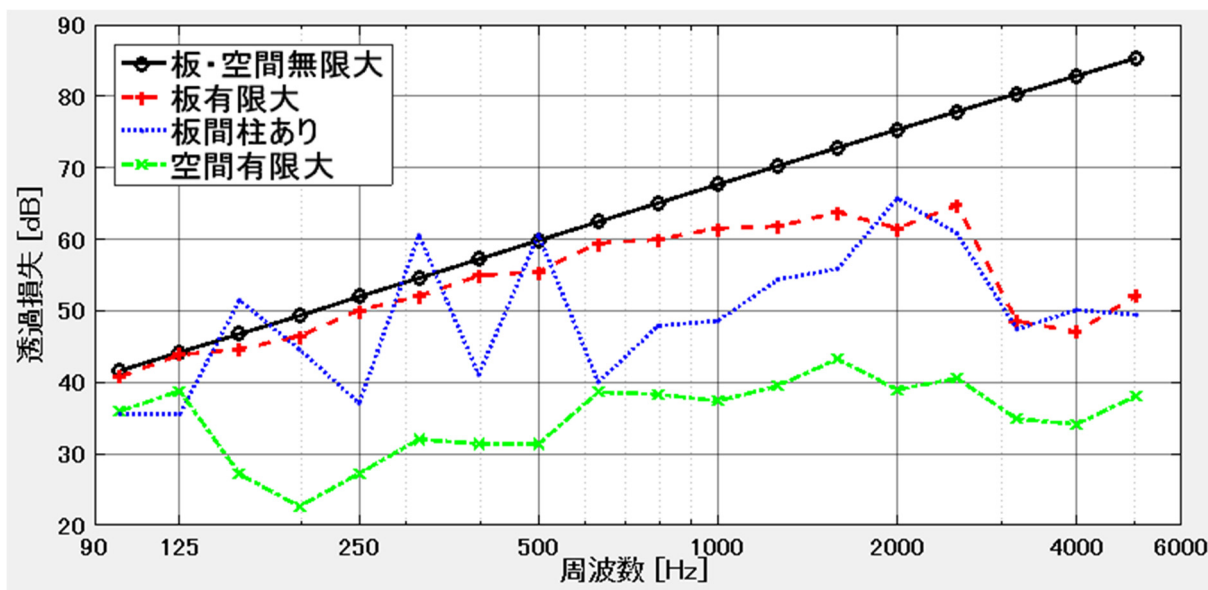


図 3.1 透過損失 20mm の場合

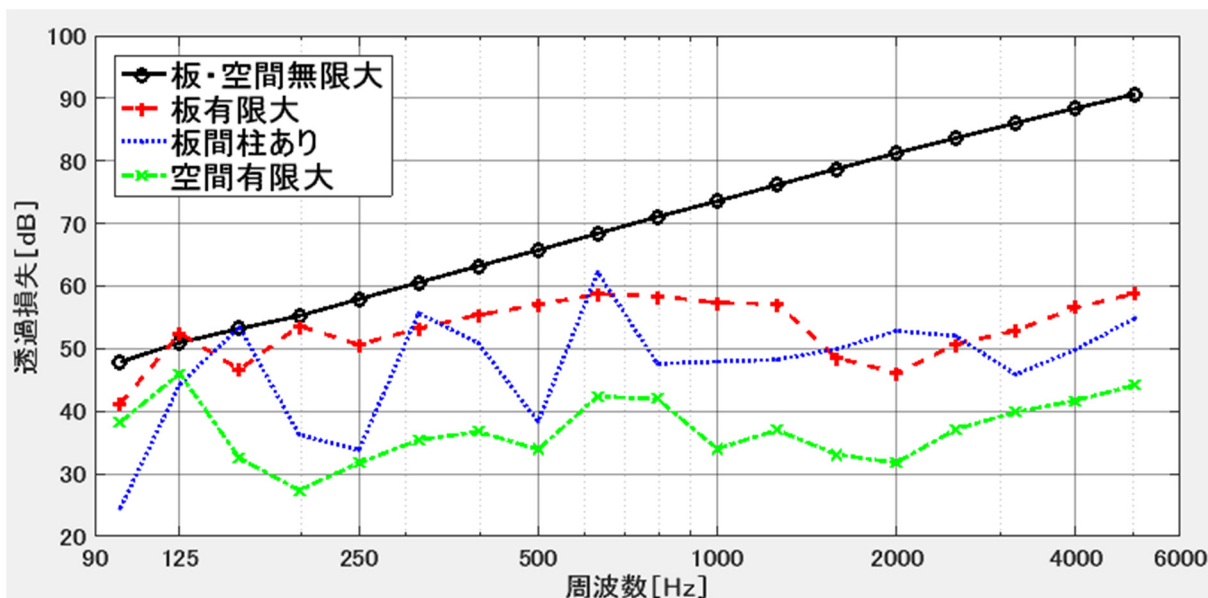


図 3.2 透過損失 40 mm の場合

各条件の透過損失を板の厚さごとにまとめたものを図 3.1、3.2 に示す。六車の実験[2]とは厚さが違うが、厚さの違いによる影響は透過損失の絶対値のみであり、結果の傾向は同じであると解釈される。

板・空間無限大 (Case0) の条件では、受音点 1 点の音圧レベルから算出した値であるにもかかわらず、質量則と同様に板の厚さが倍になると透過損失が 6 dB 上がるという傾向に従う結果となっ

た。実験の場合は残響室を用いた乱入射条件であるためコインシデンス効果が生じているが、FDTD法では板の屈曲振動による放射音を設定した受音点で受音しないためコインシデンス効果の影響を観測できていないものと思われる。板有限大 (Case1) のときは、板を伝わる屈曲振動が端点で反射し、それによる斜め放射波を受音点で受音することになるため、コインシデンス効果の影響が観測されたものと思われる。また、板間柱あり (Case2) では間柱を完全剛な境界としたため、その影響が強く反映され、値が大きく変動したものと思われる。空間有限大 (Case3) のときは、音源室で反射した音も板を透過するため、透過損失の数値が無限大の場合より大きく下回ったものと思われる。

図 1.3、1.4 と比較すると、低域では理論に相当する板・空間無限大 (Case0) とほぼ一緒で、コインシデンス効果により高域でやや下回るという板有限大 (Case1) の傾向が、実験結果とよく類似しているものと思われる。

3.2 放射パワーレベル

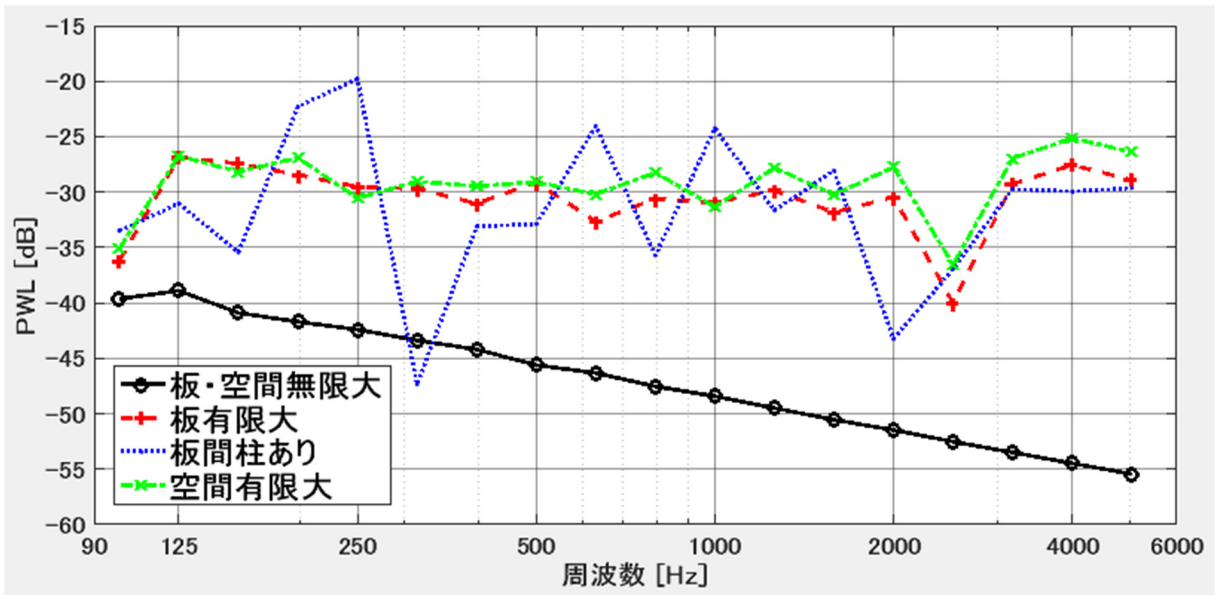


図 3.3 放射パワーレベル 20 mm の場合

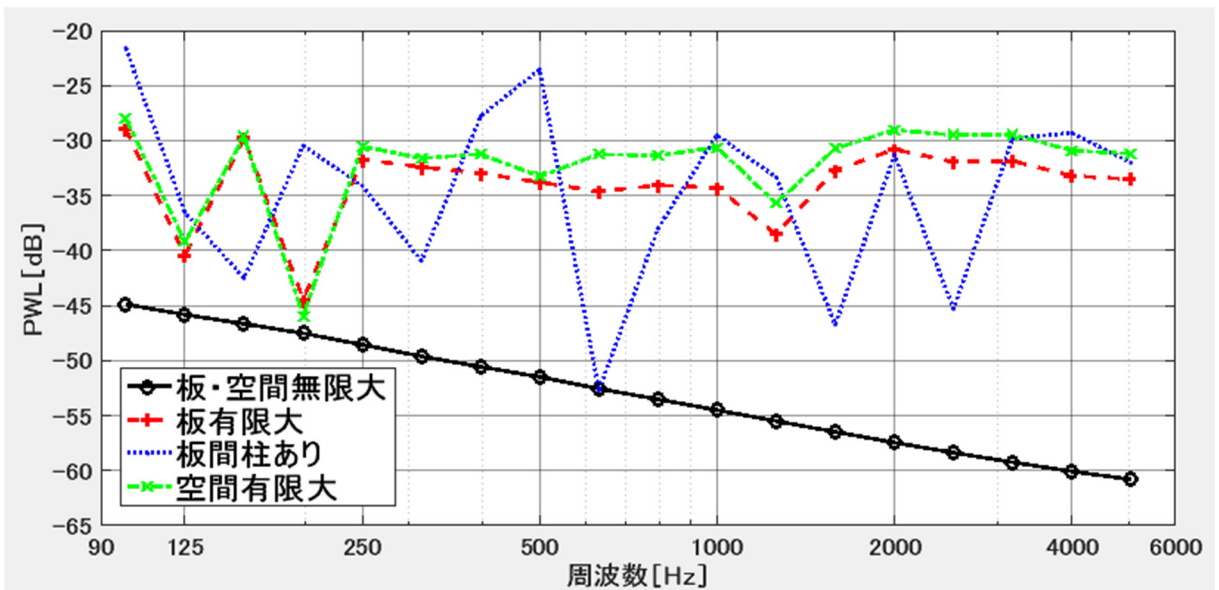


図 3.4 放射パワーレベル 40 mm の場合

各条件の放射パワーレベルを板の厚さごとにまとめたものを図 3.3、3.4 に示す。六車の実験[2]とは厚さが違うが、厚さの違いによる影響は放射パワーレベルの絶対値のみであり、結果の傾向は同じであると解釈される。

板・空間無限大 (Case0) では、右下がりになっているが、これは受音点一点の音圧から放射パワーレベルを算出したためであると考えられる。板有限大 (Case1) と空間有限大 (Case3) のときは、類似した傾向にあり、周波数特性はほぼ平坦であるが、板の屈曲振動モードによりいくらかの値の上下が観測された。また、板間柱あり (Case2) では間柱を完全剛な境界としたため、その

影響が強く反映され、値が大きく変動したものと思われる。

図 1.5、1.6 と比較すると、周波数特性がほぼ平坦である板有限大 (Case1) と空間有限大 (Case3) の傾向が、実験結果とよく類似しているものと思われる。

3.3 変換係数

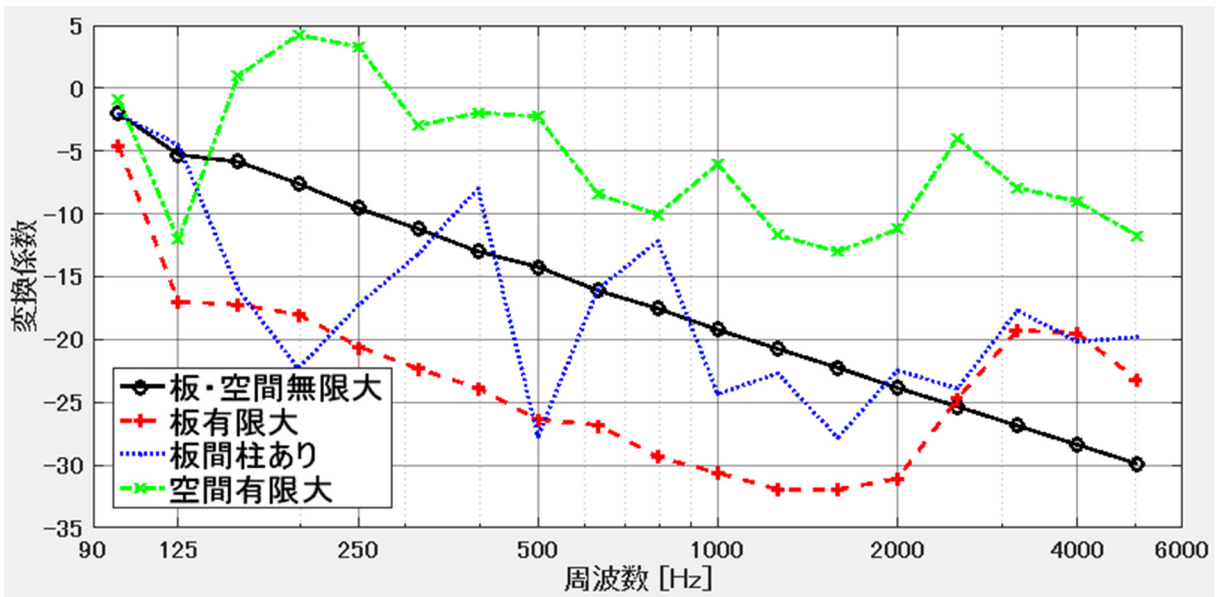


図 3.5 変換係数 20 mm の場合

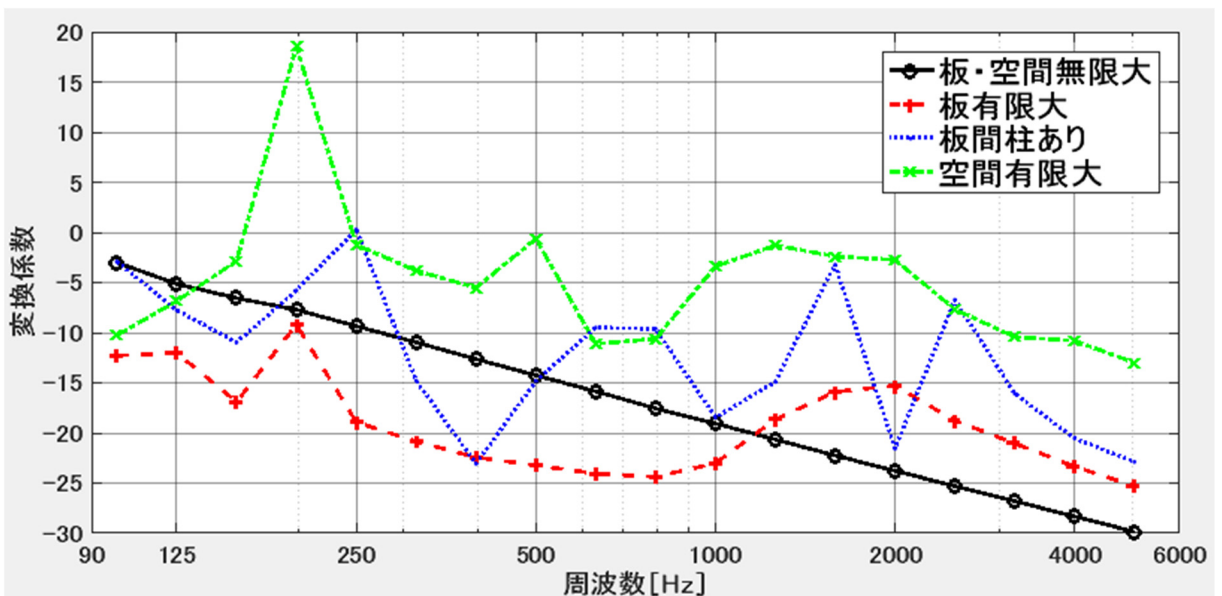


図 3.6 変換係数 40 mm の場合

透過率と入出力パワー比から求めた変換係数 ϵ のレベルを板の厚さごとにまとめたものを図 3.5、3.6 に示す。板有限大 (Case1) の結果は板・空間無限大 (Case0) の場合と比較して低域では値が 10~15dB 下がり、高周波数で上昇するという傾向が図 1.7 に示される実験結果の傾向とよく類似しているものと思われる。

第4章 まとめ

本研究では、板の空気音透過と固体音放射について、各々の透過率と入出力パワー比の関係を示す変換係数 ε をいくつかの条件の下で FDTD 法を用いて求め、矢入ら[1]の解析結果と六車[2]の実験において理論値と実験値が一致しない原因を考察した。その結果、透過損失、放射パワーレベル、変換係数それぞれにおいて、有限大における変化の傾向が最も実験値と似ていたため、最も可能性の高い原因は板が有限大であるということだと示唆された。一方、変換係数が板の厚みなどの物性値によらずほぼ一定という既往研究の結論については、本研究においても同様の結果であった。

今後の方針としては、板が有限大であることが最も可能性の高い原因と考えられたため、板が有限大であるという条件の理論解析を行い、検証する必要があると考えられる。

参考文献

- [1] M. Yairi et al., "Relationship between sound radiation from sound-induced and force-excited vibration: Analysis using an infinite elastic plate model", J. Acoust. Soc. Am 140(1), 453-460, 2016
矢入幹記 他, “単層無限大弾性板の音場入射透過率と点加振放射パワーの関係”, 建築音響研究会, AA2015-38, 2015
- [2] 六車英輝, “固体音放射と音響透過の関係に関する実験的一考察”, 神戸大学卒業論文, 2016
- [3] 豊田政弘, 日本音響学会編音響サイエンスシリーズ 14, “FDTD法で視る音の世界”, コロナ社, 2015

謝辞

本研究を進めるにあたり、様々なご指導を頂きました河井康人教授、豊田政弘准教授には終始適切に指導して下さったことを深く御礼申し上げます。

また、日常の議論を通して多くの知識や示唆を頂いた建築環境工学第一研究室の皆様には感謝します。