FDTD 法における二重床構造の 非線形性要因の検討

関西大学 環境都市工学部 建築学科 建築環境工学第 I 研究室 建 13-0086 馬場 達彦 指導教官 豊田 政弘 准教授

目次

- 1 はじめに
- 1.1 研究背景
- 1.2 既往研究
- 1.3 研究目的
- 1.4 研究方法
- 2 計算方法
 - 2.1 FDTD 法
 - 2.2 支配式
- 2.3 境界条件
- 3 計算条件
 - 3.1 床仕様
 - 3.2 支持脚仕様
 - 3.2.1 支持脚の配置
 - 3.2.2 支持脚の仕様
 - 3.3 加振点と受振点
 - 3.4 床下空気層
- 4 計算結果
 - 4.1 計算結果と考察
- 4.2 5 点の平均
- 5 おわりに
- 参考文献

1 はじめに

1.1 研究背景

集合住宅における居住環境の中で最も重要視される要素のひとつが音に関する問題である。と りわけ重量衝撃音の遮断性能は建物の躯体構造につよく依存するため、建設後に改善する事は困 難である。近年では、建設後の耐久性の向上や様々な要望に対応できることから、改善策として 二重床を設置する住宅が増えてきている。二重床の遮音性能評価値として床衝撃音レベル低減量 があり、床スラブでの床衝撃音と二重床を設置した床での床衝撃音の差で示される。

乾式二重床構造の標準衝撃源として重量衝撃源ではバングマシンとゴムボールが指定されてい る。それらによる床衝撃音レベル低減量 ΔL に関して、古賀らは加振源の差による変化を検証し た[1]。衝撃による加振とそれに対する床スラブと床仕上げ材から成る構造体の応答が完全な線形 性を維持している限り、加振源がどのようなものであっても二重床構造の有無による ΔL は変わ らないはずである。しかし、実際にはバングマシンとゴムボールによる ΔL に差が生じることが 確認された。この差は乾式二重床の複雑な構造が原因とされている。

二重床構造では仕上げ床を支えるために支持脚を設置する必要があり、それらには仕上げ床に 加えられた衝撃力を吸収しスラブに機械的な振動を伝播させない工夫がされている。振動を低減 する目的として、支持脚とスラブの間には防振ゴムが設置されるが、防振ゴムの効果はそのゴム に加わる力の大きさにより特性が大きく変化するので、バングマシンとゴムボールの重量の差で その特性に変化が生じ非線形的要因が発生していると考えられている。そこで解析モデルを使用 して ΔL の違いを定量的に評価し、バングマシンとボールによる違いが支持脚ゴムの非線形性に 起因することを確認する必要がある。

1.2 既往研究

乾式二重床について、豊田らは防振支持脚と周辺空気抜きが二重床の遮音効果に及ぼす影響に ついて報告している[2]。そこでは支持脚について、簡単のため仕上げ床及びスラブから離れるこ とがないとし、垂直方向の圧縮及び引張の双方に対して完全な弾性結合を仮定している。豊田等 の研究では計算方法として解析解を用いて、スラブと床仕上げ材の間の空気層を考慮し、スラブ、 床仕上げ材共に単純支持で計算し、空気抜きを考慮した音響振動連成モデルを作成している。本 研究では、仕上げ床とスラブは弾性結合していると仮定しているが、支持脚防振ゴムの非線形性 に着目したいので、空気を無視した真空中を仮定して解析する。

石川らは、乾式二重床の端部仕様が床衝撃音レベル低減量に与える影響について実測に基づいて報告している[3]。さらに加振源の違いから生じる床衝撃音レベル低減量を比較した結果も報告している(図 1.2)。試験体は施工面積 3670 mm×2700 mm、床下空気層は 88 mm である。実測は上部面材構成 3条件、幅木 6条件、際根太 6条件を組み合わせた計 27条件で行われ、そのうち本研究では図の条件を採用にする(図 1.1)。



図 1.1 石川らが実測対象とした床仕上げ仕様の概略

高橋は、石川らの研究[3]を基に解析的に計算し、床衝撃音レベル低減量が衝撃源の違いでどの ように変化するかを報告している[4]。この研究でも実測の加振と良好な関係は見られたが(図 1.3)、 問題を数学的に解けるようにするため、2 枚の板の双方を単純支持に設定している。より精度の 高い解析を行うためには、より実測に近い支持条件で計算する事が必要と考えられる。



図 1.2 石川らが実測した加振源の違いによる ΔL の比較結果



図 1.3 高橋が解析した加振源の違いによる ΔL の比較結果

1.3 研究目的

二重床構造の振動性状を解明することで支持脚ゴムの非線形性が床衝撃音遮断性能に与える影響を明らかにし、それらを踏まえた床衝撃音レベルの予測を可能とすることを目的とする。解析 により床衝撃音レベルの予測が可能となれば、過去のバングマシンのデータからボールの加振デ ータを推測することも容易となり、これまでに蓄えられた膨大なバングマシンによる実測データ を活用しながらボール加振による必要性能を満たす床仕様の設計が可能になるものと思われる。

1.4 研究方法

本研究では、FDTD (Finite-Difference Time-Domain) 法を用いた数値的な検討を行う。既往研究 [4]では解析解を用いて検討していたが、解析解を用いた方法では二枚の板の支持方法を双方とも 単純支持にする必要がある。二重床構造では下のスラブは固定支持、上の床仕上げ板は自由支持 とするほうがより現実の状況に近いと思われるので、ここではそれらの境界条件を考慮できる FDTD 法を採用した。

本研究では、加振源の違い(=加振力の違い)により支持脚の防振ゴムの硬度が変化している と仮定し、防振ゴムのヤング率が変化した場合の周波数ごとの振動速度レベル低減量 ΔL を評価 対象とした。なお、振動速度レベル低減量は重量床衝撃音レベル低減量とよく対応することが報 告されている[5,6]。

2 計算方法

2.1 FDTD 法(時間領域有限差分法)

FDTD 法とは空間を離散化し、微分方程式の微分の部分を差分商に置き換える差分法の一種で ある。離散化とは空間や時間を単位で区切る事をいい、空間に関する区切り幅を空間離散化幅、 時間に関する区切り幅を時間離散化幅と呼ぶ。

FDTD 法における音圧の離散化は、2 次元音場であれば(図 2.1)の上段、および、下段に示した面のようになる。図中の黒点が音圧の参照点であり、x, y方向に隣り合う参照点間の距離がそれぞれの空間離散化幅 Δx 、 Δy となる。図の縦方向は時間経過を表しており、その離散間隔が時間離散化幅 Δt である。



• 参照点 ▲ x方向粒子速度 → y方向粒子速度

図 2.1 2 次元音場

しかし、本研究では真空中の板の振動速度レベルを計測するため、参照点の音圧ではなく、板の面外方向変位を扱う。真空中であるため、空気の音圧や粒子速度は考えないものとする[5]。

2.2 支配式[7]

本研究では以下のような解析モデルを使って検討する(図 2.2)。板や支持脚の仕様や配置などは3章で詳しく示す。



図 2.2 二重床の解析モデル

Plate 1の基礎方程式は薄板の振動方程式より

$$D_{1}\left(\frac{\partial^{4}}{\partial x^{4}} + \frac{\partial^{4}}{\partial x^{2} \partial y^{2}} + \frac{\partial^{4}}{\partial y^{4}}\right) w_{1}(x, y, z) + \rho_{1}h_{1}\frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}}w_{1}(x, y, t) = \frac{q_{0}(x, y, t)}{\Delta x \Delta y}$$
(1)

であり、これに支持脚からの力を考慮すれば、

$$D_{1}\left(\frac{\partial^{4}}{\partial x^{4}} + \frac{\partial^{4}}{\partial x^{2} \partial y^{2}} + \frac{\partial^{4}}{\partial y^{4}}\right) w_{1}(x, y, z) + \rho_{1}h_{1}\frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}}w_{1}(x, y, t) = \frac{q_{0}(x, y, t)}{\Delta x \Delta y} - \sum_{l}\frac{q_{l}(x, y, t)}{\Delta x \Delta y}$$
(2)

となる。

Plate 2の基礎方程式は厚板の振動方程式より

$$\left\{ D_2 \left(1 + \xi \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) - \frac{\rho_2 h_2^3}{12} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} \left\{ \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) - \frac{\rho_2 h_2}{\kappa G h_2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} w_2(x, y, t)
+ \rho_2 h_2 \mu \frac{\partial}{\partial t} w_2(x, y, t) + \rho_2 h_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} w_2(x, y, t)
= \left\{ 1 - \frac{D_2}{\kappa G h_2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\kappa G h_2} \frac{\rho_2 h_2^3}{12} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} q_0(x, y, t)$$
(3)

であり、これに支持脚からの力を考慮すれば、

$$\begin{cases} D_{2}\left(1+\xi\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}}+\frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}}\right)-\frac{\rho_{2}h_{2}^{3}}{12}\frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}} \right\} \left\{ \left(\frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}}+\frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}}\right)-\frac{\rho_{2}h_{2}}{\kappa Gh_{2}}\frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}} \right\} w_{2}(x,y,t) \\ +\rho_{2}h_{2}\mu\frac{\partial}{\partial t}w_{2}(x,y,t)+\rho_{2}h_{2}\frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}}w_{2}(x,y,t) \\ =\left\{ 1-\frac{D_{2}}{\kappa Gh_{2}}\left(\frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}}+\frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}}\right)+\frac{1}{\kappa Gh_{2}}\frac{\rho_{2}h_{2}^{3}}{12}\frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}} \right\} q_{0}(x,y,t)+\sum_{l}\frac{q_{l}'(x,y,t)}{\Delta x \Delta y} \end{cases}$$
(4)

となる。ここで、D:曲げ剛性 (= *Eh*³/ {12(1-ν²)}) [Nm], *E*:板材のヤング率 [N/m²], *h*:板厚 [m], ν:ポアソン比 [-], w:板の面外方向変位 [m], q₀:外力 [N], q_l, q_l':支持脚からの力 [N], Δx, Δy: 空間離散化幅 [m], ζ:減衰係数 (剛性比例), κ:ティモシェンコ係数, G:せん断弾性係数, μ:減 衰係数 (質量比例) である。

支持脚は、質点ばねによってモデル化し、その上端にかかる力は

$$q_{l}(x, y, t) = m_{l} \frac{\partial w_{1}(x, y, t)}{\partial t^{2}} + k_{l}(w_{1}(x, y, t) - w_{2}(x, y, t)) + C_{l} \frac{\partial}{\partial t}(w_{1}(x, y, t) - w_{2}(x, y, t))$$
(5)
とする。一方、下端にかかる力は

$$q'_{l}(x, y, t) = k_{l}(w_{1}(x, y, t) - w_{2}(x, y, t)) + C_{l}\frac{\partial}{\partial t}(w_{1}(x, y, t) - w_{2}(x, y, t))$$
(6)

とする。ここで、*m*_l:支持脚の質量 [kg], *k*_l:支持脚のばね定数 [N/m], *C*_l:支持脚の減衰定数 [Ns/m] である。

(2)式と(4)式を連立方程式とし、陰解法 FDTD 法を用いて解を得ることとする[7]。

2.3 境界条件[7]

空間を有限な数のセルに離散化するため、解析領域の「端」が必要となる。その端をどのよう な条件にするかを境界条件といい、この研究では真空中に周辺だけ単純支持または固定支持され たスラブとその上部に単純支持または自由支持された床仕上げ板がある状態を考える。

固定支持の場合の境界条件は

$$w = 0$$
 , $\theta_x = \frac{\partial w}{\partial x} = 0$ (7)

となり、単純支持では

$$w = 0$$
 , $M_x = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) = 0$ (8)

となる。さらに、自由支持の場合は

$$M_{x} = -D\left(\frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}} + v\frac{\partial^{2}w}{\partial y^{2}}\right) = 0 \quad , F_{x} = -D\left(\frac{\partial^{3}w}{\partial x^{3}} + (2-v)\frac{\partial^{3}w}{\partial x\partial y^{2}}\right) = 0 \quad , \quad \frac{\partial^{2}w}{\partial x\partial y} = 0 \tag{9}$$

となる。

3 計算条件

3.1 床仕様

本研究では、既往研究に基づいた条件で計算し 5.4 m×3.6 m、厚さ 200 mm の床スラブの上部に 3.67 m×2.7 m、厚さ 32 mm の床仕上げ板を設置する[3]。スラブと仕上げ板の条件は以下に示す(表 3.1)。

	床スラブ	床仕上げ板
x 軸板端位置 [m]	0.00	0.00
y 軸板端位置 [m]	0.00	0.00
z 軸板端位置 [m]	0.00	0.88
x 軸板長さ [m]	5.40	3.67
y 軸板長さ [m]	3.60	2.70
体積密度 [kg/m ³]	2300	600
板材のヤング率 [N/m ²]	2.7×10^{10}	5.4×10^{9}
ポアソン比 [-]	0.2	0.3
支持条件	固定支持	自由支持

表 3.1 床仕様条件

仕上げ床は複数の種類の板材料を重ねて構成するのが一般的であるが、ここでは一枚の板と仮 定し、体積密度やヤング率は均質化した値を使用している。また、本来はスラブと垂直に交差し ている壁が存在するが、本研究では存在しないものと仮定している(図 3.1)。



図 3.1 二重床の簡単化

3.2 支持脚仕様

3.2.1 支持脚の配置

支持脚は二重床の二枚の板を複数の質点とダッシュポット、ばねでモデル化したもので繋ぐ構造になっており、配置はx軸、y軸にそれぞれ等間隔に5本ずつ、計25本配置した(図3.2)。



3.2.2 支持脚の仕様

本研究では、加振源の違いにより支持脚の防振ゴムの特性が変わり硬度が変化していると仮定 している。支持脚ゴムのヤング率 E については静的加重によって得られたゴムの荷重曲線の傾き (表 3.2)から、ゴムボール(加振ピーク約 1500 N)、バングマシン(加振ピーク約 4000 N)に相 当する概略値として求め、ゴムボール時のヤング率 E は 2.6 × 10⁷ [N/m²]、バングマシン時は 4.0 × 10⁸ [N/m2]とした[4]。

図 3.2 支持脚位置



表 3.2 ゴムの荷重曲線

3.3 加振点と受振点

加振点は仕上げ床に鉛直方向の q_0 の加振力を与えるものとし、以下の 5 点を考えた(図 3.4)。 加振点をそれぞれ点 I、II、III、IV、Vとする。受振点はスラブの底面に設け、それぞれの加振 点の真下に設定する(図 3.5)。







図 3.5 受振点位置

3.4 床下空気層

二重床構造には二枚の板の間に空気層がある。二重床に衝撃が加わった時、仕上げ床と壁の間の微細な隙間からこの床下空気層の空気が出入りし、その時に発生する空気摩擦もまた ΔL を変化させる要因とされている。本研究では、支持脚の防振ゴムの非線形性のみに着目するため、床下空気層は真空状態にあると仮定し、仕上げ厚 32 mm、床下空気層厚 88 mm として検討する(図 3.5)。



図 3.5 二重床の床下空気層

4 計算結果

4.1 計算結果と考察

計算は1/24 オクターブバンドごとに行い、その結果を1/1 オクターブバンド幅で移動平均した結果を以下に示す(図4.1~4.5)。ヤング率 $E = 4.0 \times 10^8 [\text{N/m}^2]$ がバングマシン加振時のゴムの硬さに相当し、 $E = 2.6 \times 10^7 [\text{N/m}^2]$ がボールの場合に相当する。グラフのx軸は周波数、y軸は振動速度レベル低減量である。

結果のグラフより既往研究で示したグラフと良好な対応を見ることができ、バングマシンとボ ールという加振源の違いにより ΔL が大きく異なる主要因は支持脚ゴムの非線形性にあることが 確認できる。周波数 31.25~63.5 Hz 間はバングマシン、ボール共に差はあまり見られないが、周 波数が高くなるにつれ大きくなり、10 dB 以上の差を確認する事ができる。中でも中心に位置する 点 では顕著に差が現れたため、中心の床衝撃がゴムの非線形性に影響されやすい場所であるこ とがわかる。点 II ~ 点 V は点 I を中心に対称的な位置にあるが、スラブの振動の影響を受けそれ ぞれ異なった値になることがわかる。



図 4.1 点 I 結果



点Ⅲ 50 40 振動速度レベル低減量[dB] 30 20 10 0 -10 -20 -30 250 31.25 62.5 125 500 1000 周波数[Hz] ● 4.00E+08 ○ 2.60E+07

図 4.3 点Ⅲ結果





図 4.5 点V結果

4.2 5 点の平均

今回検証した5点の結果を平均すると62.5Hz帯からゴムボール加振がバングマシン加振より大きくなり、差は大きくなり125~1000 Hz間で約12~20 dBほどの差があることがわかる。つまり、バングマシン加振よりもゴムボール加振時の方が二重床構造の遮音性能は高く評価される事がわかる。



図 4.6 5 点平均結果

5 おわりに

乾式二重床構造の床衝撃音レベル低減量に関し、数値解析による ΔL 算定と実測値や既往研究 との比較検討を通じて、加振源の違いによる影響を検証した。その結果、バングマシンとボール による ΔL の差は主に支持脚ゴムの非線形性に起因することが確認された。しかし、本研究は ΔL の定量的な評価は行ったが、様々な条件での検討ができておらず、床衝撃音レベルを精緻に予測 できるまでの具体的な方法は提案できていない。また、真空中での検証となったため空気抜きの 摩擦等の影響は検証できず、これらが今後の課題であると考えられる。 参考文献

- [1] 古賀他,"重量床衝撃音遮音性能に対する各種付加材の効果量実測例",日本音響学会講演論 文集,pp. 1009-1010, 1998.
- [2] 豊田 他, "防振支持脚と周辺空気抜きが二重床の遮音効果に及ぼす影響についての理論的考察", 日本建築学会環境系論文集 第600 号, pp. 7-12, 2006.
- [3] 石川 他, "乾式二重床の端部仕様が床衝撃音レベル低減量に与える影響について", 日本建築 総合試験所 GBRC 34(4), pp. 40-47, 2009.
- [4] 高橋大弐, "衝撃源の違いにより床衝撃音レベル低減量はなぜ変わる?", 建築音響研究会資料, AA2016-29, 京都, 2016.
- [5] 朝倉 他, "固体伝搬音を対象とした板・梁モデルによる FDTD 解析", 日本音響学会建築音響研 究会資料 AA2013-3, 福岡, 2013.
- [6] 増田 他, "乾式二重床の重量床衝撃音レベル低減量の変化の要因について", 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 219-222, 2016.
- [7] Asakura et al., "Prediction of low-frequency structure-borne sound in concrete structures using the finite-difference time-domain method", J. Acoust. Soc. Am 136(3), pp. 1085-1100, 2014.