

FDTD 法における 完全吸収層 (PML) の減衰量

関西大学 環境都市工学部 建築学科
建築環境工学第一研究室 音環境ゼミ
建 12-51 田口 大悟
指導教官 豊田 政弘 准教授

目次

| | |
|------------------------------|----|
| 1. はじめに | 1 |
| 1.1 研究背景 | 1 |
| 1.2 研究目的 | 2 |
| 2. 方法 | 3 |
| 2.1 時間領域有限差分法 (FDTD 法) | 3 |
| 2.2 完全吸収層 (PML) の定式化 | 7 |
| 2.3 数値算出方法 | 10 |
| 2.4 変数設定 | 11 |
| 2.5 精度 | 12 |
| 3. 条件 | 13 |
| 4. 結果 | 14 |
| 4.1 層数 | 14 |
| 4.2 テーパー乗数 | 16 |
| 4.3 減衰係数最大値 | 18 |
| 5. 一般化 | 30 |
| 6. まとめ | 32 |
| 7. 参考文献 | 33 |

1. はじめに

1.1 研究背景

1950年頃のコンピュータ時代の幕開けを受けて波動音響解析が登場した[1]。その解析方法として音線法、虚像法、有限差分法（FDM）、有限要素法（FEM）、境界要素法（BEM）や、本研究で使用する有限時間差分法（FDTD法）などが開発された。開発から時間が経ち現在に至っても、FDTD法を用いた様々な研究が行われている。その中でも、完全吸収層（PML）の研究は音響分野のみならず、様々な分野で行われている。しかし、PMLの性能を決定する要素である層数などは経験的にしか決められておらず、PMLとしての効果を十分に発揮できていない可能性がある。より正確な計算を行うためにはPMLの性能を十分に発揮することが不可欠である。

1.2 研究目的

前節に述べたことにより、PMLを用いたFDTD法での計算をより正確なものにするために、PMLを決定する要素である層数、テーパ乗数、減衰係数最大値の最適値をそれぞれ決定し、それぞれの関係性を求めることで、より反射の小さいPMLを作成することを目的とする。

2. 方法

2.1 時間領域有限差分法 (FDTD 法)

FDTD 法は、K. S. Yee によって電磁波の支配式であるマクスウェル方程式を解くことを目的に開発された数値解析手法の一種であり、スタガードグリッドにリープフロッグアルゴリズムを用いた時間領域の有限差分法のことをいう [2]。FDTD 法を用いた音場解析の支配方程式として運動方程式と連続方程式を考える。密度を ρ 、音圧を p 、空気粒子の x, y, z 方向の変位をそれぞれ u_x, u_y, u_z とすると、 x, y, z 方向の運動方程式は

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.2)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.3)$$

となる。また、体積弾性率を κ とすると連続方程式は

$$\begin{aligned} p &= -\kappa \nabla u \\ &= -\kappa \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

となる。リープフロッグアルゴリズムを適用するためには、式(2.1)~(2.4)を一階の微分方程式に変形する必要がある。そこで、 x, y, z 方向の粒子速度をそれぞれ v_x, v_y, v_z とすると、式(2.1)~(2.4)の方程式は

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.5)$$

$$\rho \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.6)$$

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\kappa \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \quad (2.8)$$

と変形される。FDTD法の離散化は、1次元音場の場合であると、図2.1のように表される。図の横方向は空間的变化を表しており、音圧が定義されている時刻を実線で表している。白丸の点が音圧参照点であり、 x 方向に隣り合う参照点間の距離が空間離散化幅 Δx となる。図の縦方向は時間的变化を表しており、時間離散化幅を Δt とする。粒子速度は、音圧の参照点から $\Delta x/2$ 、 $\Delta t/2$ だけずらした点に定義する。また、 x 方向に関して何番目の音圧参照点であるかを、 i を用いて表す。この i を空間ステップと呼ぶ。同様に、何番目の時間参照点であるかを、 n を用いて表す。この n を時間ステップと呼ぶ。このような、空間的にも時間的にも音圧と粒子速度の参照点を互い違いに配置した格子をスタガードグリッドと呼び、時間的に半ステップ前と1ステップ前の音圧と粒子速度分布がわかれば、現在のステップの分布を求めることが可能となる。

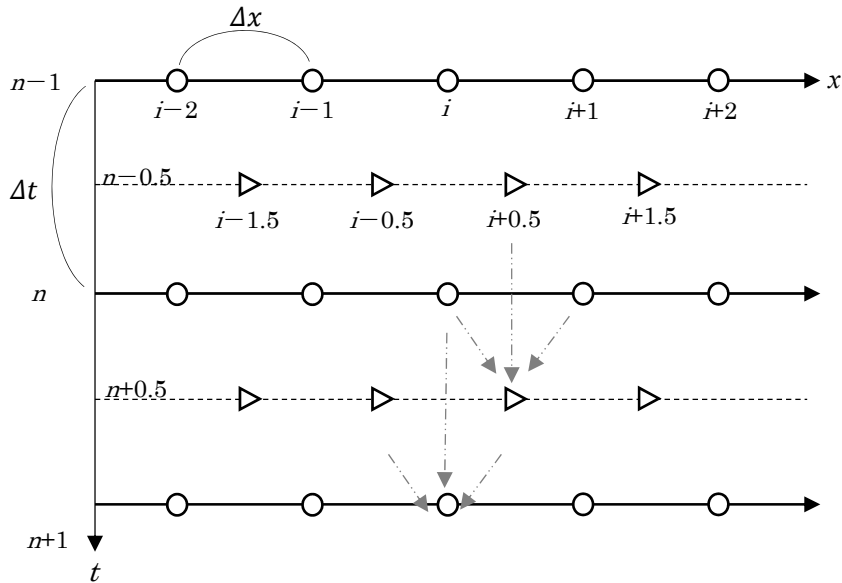


図 2.1 スタガードグリッド (1次元音場)

3次元音場での場合を考えるにあたって、時間方向の離散化の表現を省略した Yee セルを図 2.2 に示す。上記と同じように x 方向に加えて、 y, z 方向に関して何番目の音圧参照点であるかを、 i, j, k を用いて表す。図中の丸は音圧参照点であり、三角錐は x, y, z 方向のそれぞれの粒子速度である。また、空間ステップが i, j, k で時間ステップが n の音圧を $p^n(i, j, k)$ 、空間ステップが $i + 0.5, j, k$ で時間ステップが $n + 0.5$ の x 方向粒子速度を $v_x^{n+0.5}(i + 0.5, j, k)$ などと表記する。

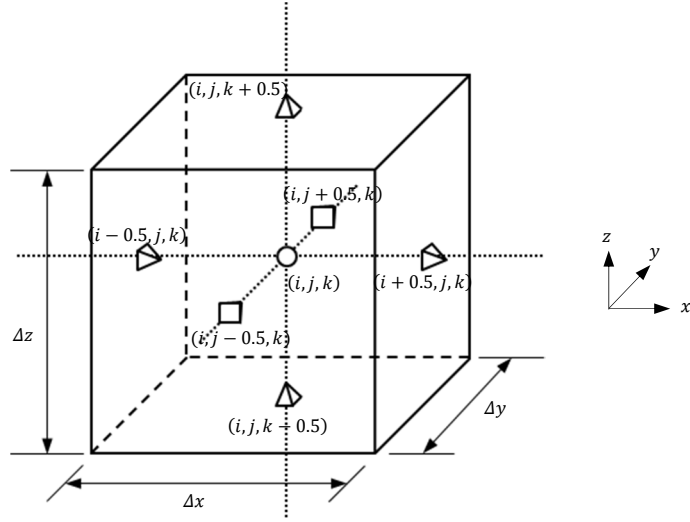


図 2.2 Yeeセル (3次元音場)

上記の離散化にともない、式(2.5)~(2.8)を中心差分近似すると次式が得られる。

$$\rho \frac{v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) - v_x^{n-0.5}(i+0.5, j, k)}{\Delta t} = -\frac{p^n(i+1, j, k) - p^n(i, j, k)}{\Delta x} \quad (2.9)$$

$$\rho \frac{v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) - v_y^{n-0.5}(i, j+0.5, k)}{\Delta t} = -\frac{p^n(i, j+1, k) - p^n(i, j, k)}{\Delta y} \quad (2.10)$$

$$\rho \frac{v_z^{n+0.5}(i, j, k+0.5) - v_z^{n-0.5}(i, j, k+0.5)}{\Delta t} = -\frac{p^n(i, j, k+1) - p^n(i, j, k)}{\Delta z} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{p^{n+1}(i, j, k) - p^n(i, j, k)}{\Delta t} \\ &= -\kappa \frac{v_x^{n+0.5}(i+0.5, j, k) - v_x^{n+0.5}(i-0.5, j, k)}{\Delta x} \\ & \quad -\kappa \frac{v_y^{n+0.5}(i, j+0.5, k) - v_y^{n+0.5}(i, j-0.5, k)}{\Delta y} \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$-\kappa \frac{v_z^{n+0.5}(i, j, k + 0.5) - v_z^{n+0.5}(i, j, k - 0.5)}{\Delta z}$$

式(2.9)～(2.12)を、最も時間ステップが大きい項のみを左辺に残すような形に変形すると、

$$v_x^{n+0.5}(i + 0.5, j, k) = v_x^{n-0.5}(i + 0.5, j, k) - \frac{\Delta t}{\rho \Delta x} \{p^n(i + 1, j, k) - p^n(i, j, k)\} \quad (2.13)$$

$$v_y^{n+0.5}(i, j + 0.5, k) = v_y^{n-0.5}(i, j + 0.5, k) - \frac{\Delta t}{\rho \Delta y} \{p^n(i, j + 1, k) - p^n(i, j, k)\} \quad (2.14)$$

$$v_z^{n+0.5}(i, j, k + 0.5) = v_z^{n-0.5}(i, j, k + 0.5) - \frac{\Delta t}{\rho \Delta z} \{p^n(i, j, k + 1) - p^n(i, j, k)\} \quad (2.15)$$

$$p^{n+1}(i, j, k) = p^n(i, j, k) - \kappa \frac{\Delta t}{\Delta x} \{v_x^{n+0.5}(i + 0.5, j, k) - v_x^{n+0.5}(i - 0.5, j, k)\} - \kappa \frac{\Delta t}{\Delta y} \{v_y^{n+0.5}(i, j + 0.5, k) - v_y^{n+0.5}(i, j - 0.5, k)\} - \kappa \frac{\Delta t}{\Delta z} \{v_z^{n+0.5}(i, j, k + 0.5) - v_z^{n+0.5}(i, j, k - 0.5)\} \quad (2.16)$$

となり、これらを用いることで逐次的にすべての参照点の音圧と粒子速度を求めることができる。

2.2 完全吸収層（PML）の定式化

FDTD 法は解析領域が有限な領域（閉空間）であるので、自由空間を直接的に取り扱うことはできない。そこで考案されたのが PML である。PML とは、解析領域である空気領域と解析領域外である吸音層の特性インピーダンスが周波数・入射角度に関係なく共に一致する仮想的な媒質のことである。この吸音層の中で音波を減衰させつつ、伝搬させることで、PML の端部による反射波が解析領域に戻るまでに音波を十分に低減する。音波伝搬の支配方程式である運動方程式(2.5)～(2.7)に減衰係数 F_x, F_y, F_z をもつ減衰項を追加すると、吸音層での支配式は次式となる。

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} + F_x v_x = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.17)$$

$$\rho \frac{\partial v_y}{\partial t} + F_y v_y = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.18)$$

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} + F_z v_z = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.19)$$

続いて、 $p = p_x + p_y + p_z$ となるように人工的に p_x と p_y と p_z に分ける。一方、連続方程式(2.8)に仮想的な減衰係数 F'_x, F'_y, F'_z を含む減衰項を追加し、 p_x, p_y, p_z のそれぞれに関する連続方程式を立式すると次式となる。

$$\frac{\partial p_x}{\partial t} + F'_x p_x = -\kappa \frac{\partial v_x}{\partial x} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial p_y}{\partial t} + F'_y p_y = -\kappa \frac{\partial v_y}{\partial y} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial p_z}{\partial t} + F'_z p_z = -\kappa \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (2.22)$$

まず、式(2.17)～(2.22)の中で x 方向に関する式のみを取り出して考える。音速を c とすると、空気層での特性インピーダンスの式は $p_x/v_x = \rho c$ であり、これを変形すると次式になる。

$$p_x = \rho c v_x \quad (2.23)$$

式(2.23)を式(2.17)に代入し、 ρ で割ると次式が得られる。

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{F_x}{\rho} v_x = -c \frac{\partial v_x}{\partial x} \quad (2.24)$$

また、式(2.23)を式(2.20)に代入し、 ρc で割ると次式が得られる。

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + F'_x v_x = -c \frac{\partial v_x}{\partial x} \quad (2.25)$$

式(2.24)と式(2.25)を連立方程式として解くと次式が得られる。

$$F'_x = \frac{F_x}{\rho} \quad (2.26)$$

この式により、 F_x を定めれば F'_x も決定される。 y, z 方向に関しても同様である。図 2.3 では二次元音場での場合の PML の設定の概要を示す。

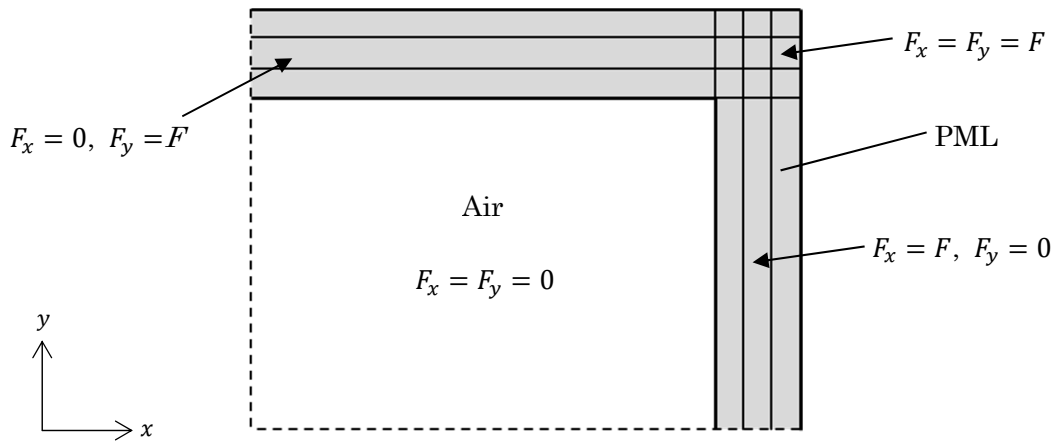


図 2.3 PML の概要 (2次元)

続いて、 x 方向の PML 付近を拡大したものを図 2.4 に示す。急激に F の値を変化させると、離散化した際の不連続性が増すことによって反射が生じる。そのため、 F の x 方向の分布は、図 2.4 のグラフのように、滑らかに増大していくような形にしなければならない。そのような F は次式で求まる。

$$F(x) = F_{max} \left(\frac{x}{L\Delta x} \right)^\tau \quad (2.27)$$

この式は層数 L 、減衰係数最大値 F_{max} 、テーパ乗数 τ の値により決定される。

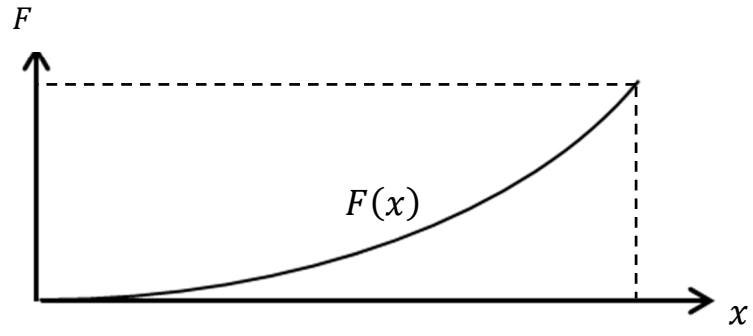


図 2.4 PML の x 方向拡大図

2.3 数値算出方法

Fortran を用いて音圧の時間応答を計算した結果の例を図 2.5 に示す。図 2.5 の①は直接波の音圧であり、②は反射波の音圧である。この 2 つのピーク値の比をとることで、直接波に対する反射波の大きさの割合がわかる。この値をピーク音圧比と呼ぶこととする。この値が小さいほど音波が反射しておらず、性能の良い PML といえる。

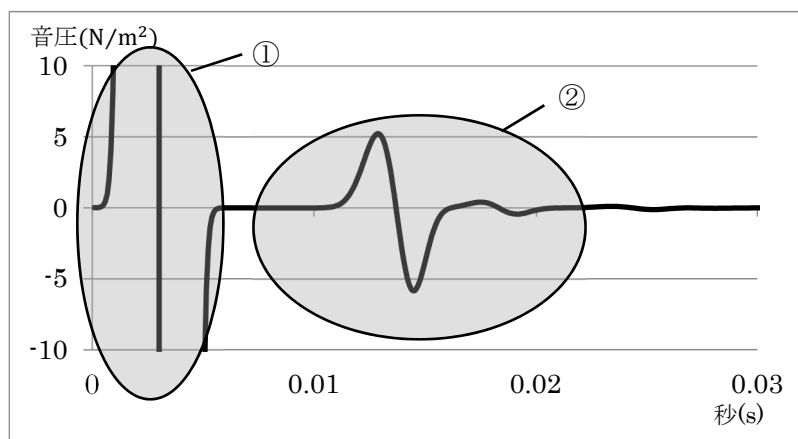


図 2.5 音圧測定値の例

2.4 変数設定

PML を決定する要素である層数、テーパー乗数、減衰係数最大値の中の2つを固定し、残りの1つを変化させ、評価を行う。

2.5 精度

層数は整数、テーパー乗数は小数点1桁までとする。減衰係数最大値は、PMLの精度と計算時間の兼ね合いにより本論文では小数点3桁まで計算する。

3. 条件

解析する音場として、図 3.1 に示す 3.0 m 四方の立方体を設定する。音源、受音点はともに白丸の点で x, y, z 方向に 1.5 m の位置（立方体の中心）である。その他の条件として、空気の密度は $1.205 \text{ (kg/m}^3\text{)}$ 、空気の音速は $3.435 \times 10^2 \text{ (m/s)}$ 、ガウシアンパルス最大値は $1.0 \text{ (m}^3\text{/s)}$ 、ガウシアンパルスの急峻さを表す係数は 2.0×10^6 、ガウシアンパルス中心時間は $3.0 \times 10^{-3} \text{ (s)}$ とする。また、FDTD 法の空間離散化幅は $5.0 \times 10^{-2} \text{ (m)}$ 、時間離散化幅は $8.4 \times 10^{-5} \text{ (s)}$ とする。なお、解析時間は場合により変更するが、初期設定は $5.0 \times 10^{-2} \text{ (s)}$ とする。この解析領域の外側全体に PML を設置し、受音点で音圧時間応答を観測する。

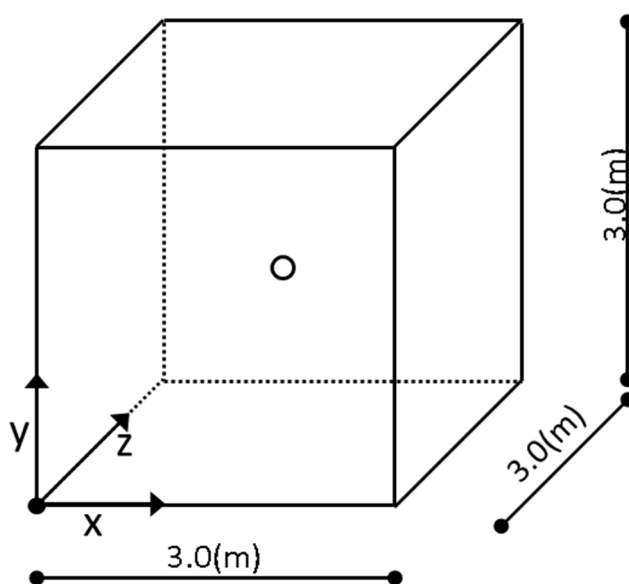


図 3.1 解析領域

4. 結果

4.1 層数

まず初めに、層数に関する検討を行う。層数を変数とし、テーパー乗数を 4.0、減衰係数最大値を 1.2 に固定する。このときの層数ごとの受音点での音圧時間応答の結果を図 4.1 に示す。

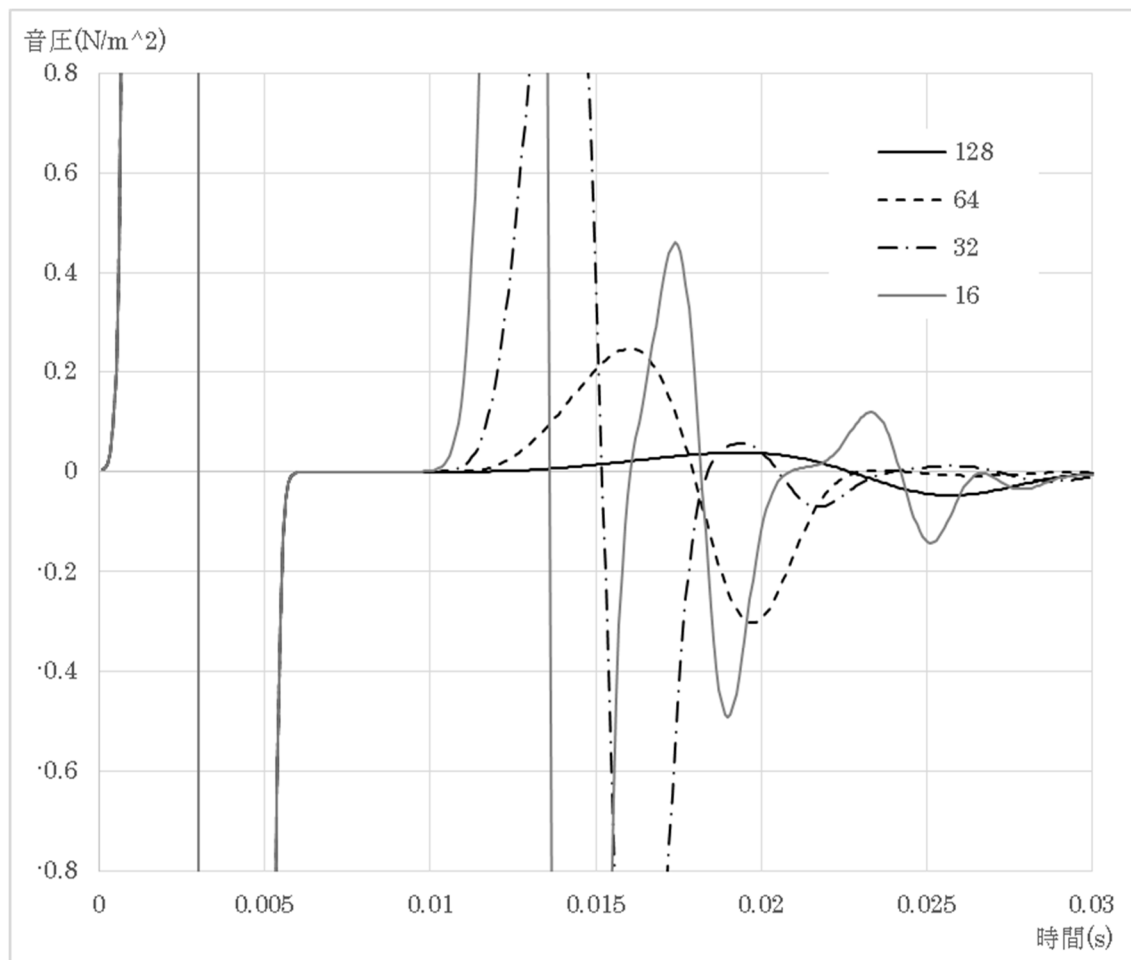
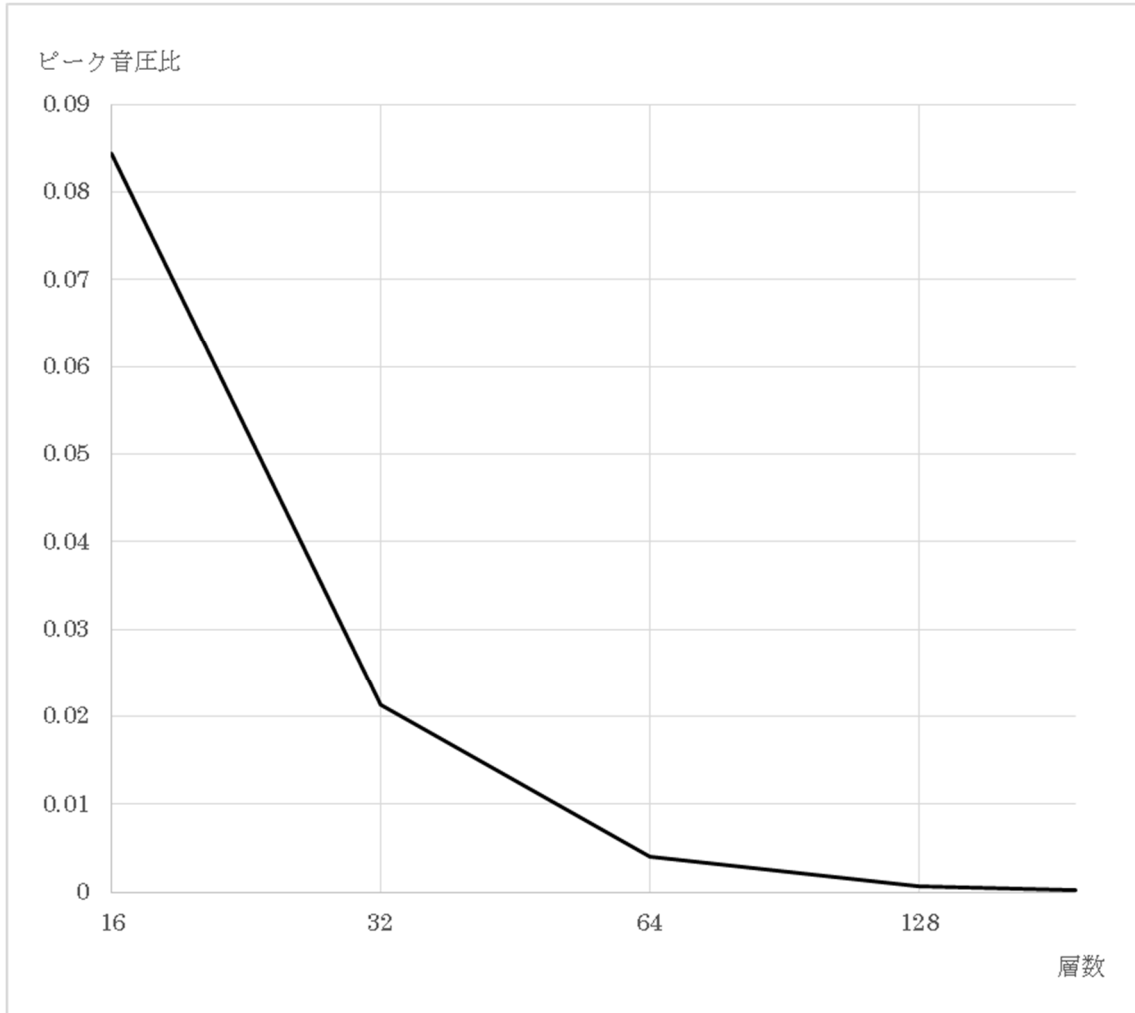


図 4.1 層数ごとの受音点での音圧時間応答

続いて、層数によるピーク音圧比の推移を図 4.2 に示す。これより、層数を多くすればするほど、より高性能な PML になることがわかった。なお、テーパー乗数、減衰係数最大値を変えた場合でも、ピーク音圧比自体は変化するが、層数を増やせばピーク音圧比の値が小さくなるという結果に変化は無かった。



| | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 層数 | 16 | 32 | 64 | 128 | 192 |
| テーパ乗数 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 減衰係数最大値 | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 |
| 直接波の音圧最大値 | 7488.2975 | 7488.2975 | 7488.2975 | 7488.2975 | 7488.2975 |
| 反射波の音圧最大値 | 6.3229457 | 1.5948149 | 0.302661 | 0.0474648 | 0.0151514 |
| ピーク音圧比 | 0.0844377 | 0.0212974 | 0.0040418 | 0.0006339 | 0.0002023 |

図 4.2 層数によるピーク音圧比の推移

4.2 テーパー乗数

続いて、テーパー乗数に関する検討を行う。テーパー乗数を変数とし、層数を 16、減衰係数最大値を 1.2 に固定する。このときのテーパー乗数ごとの受信点での音圧時間応答の結果を図 4.3 に示す。

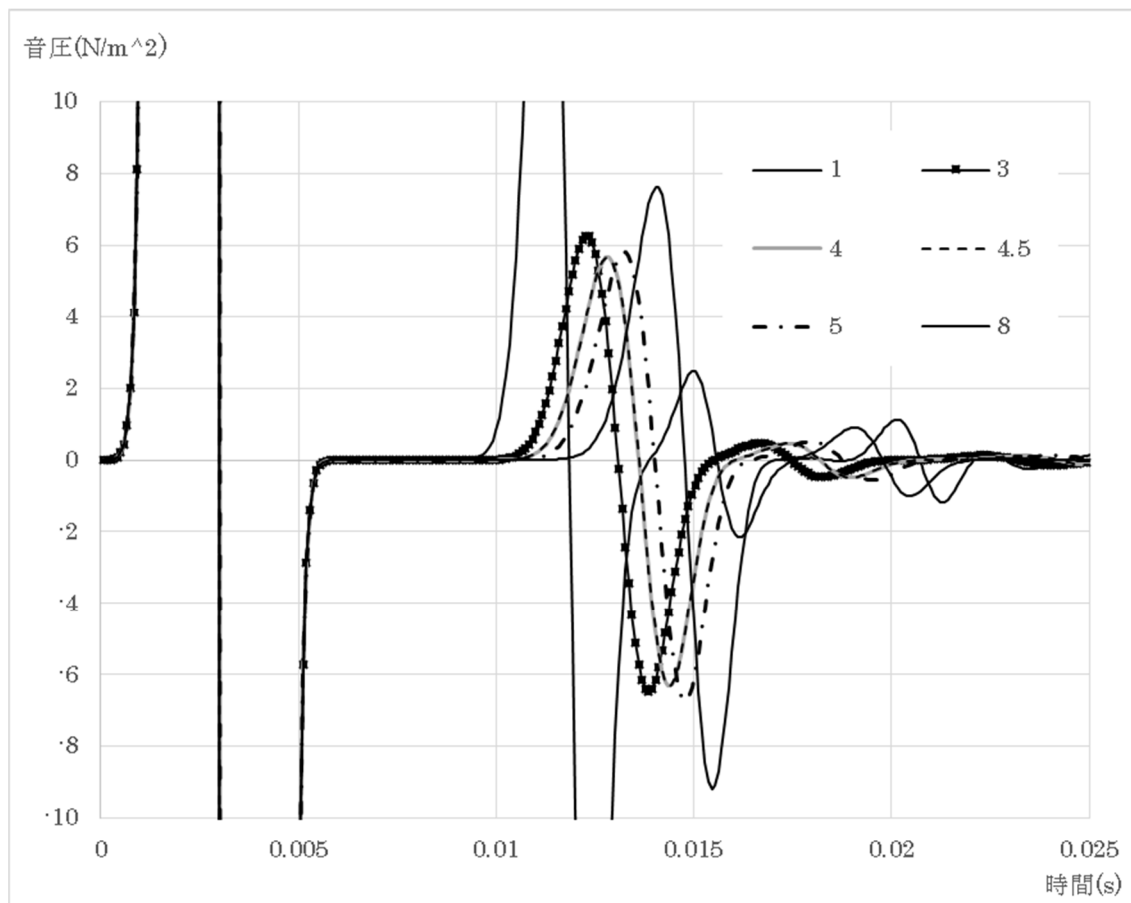
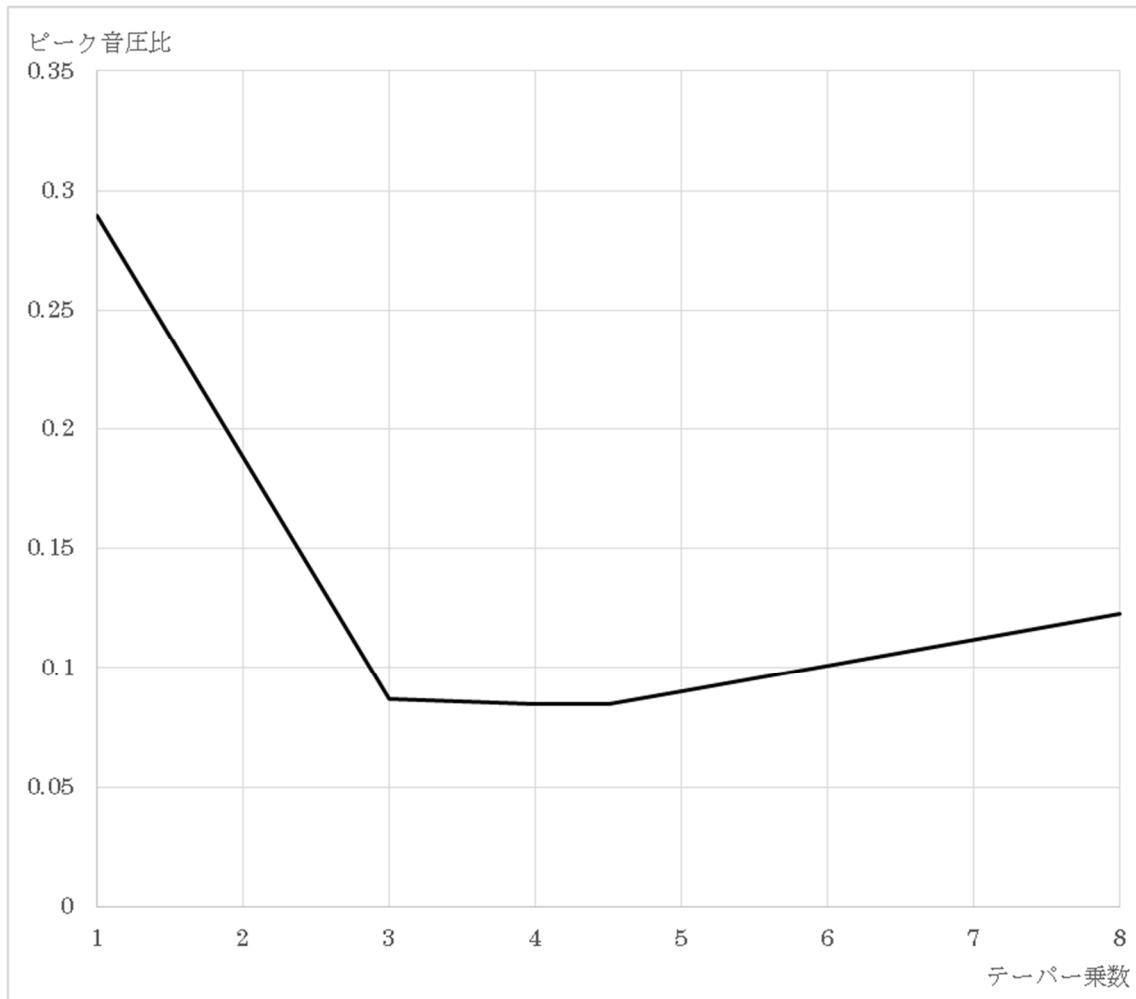


図 4.3 テーパー乗数ごとの受信点での音圧時間応答

続いて、テーパー乗数によるピーク音圧比の推移を図 4.4 に示す。これより、テーパー乗数のピーク音圧比は 4.5、4 の両方で最小となった。テーパー乗数が 4 以上 5 未満のときのピーク音圧比はすべて同じという結果であったため、整数である 4 をテーパー乗数の最適値とする。なお、層数に関する検討の場合と同じく、層数、減衰係数最大値を変えた場合でも、ピーク音圧比自体は変化するが、テーパー乗数が 4 のときにピーク音圧比の値が最小になるという結果に変化は無かった。



| | | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 層数 | 16 | 16 | 16 | 1.6 | 16 | 16 |
| テーパー乗数 | 1 | 3 | 4 | 4.5 | 5 | 8 |
| 減衰係数最大値 | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 |
| 直接波の音圧最大値 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 |
| 反射波の音圧最大値 | 21.70141 | 6.483609 | 6.322946 | 6.322946 | 6.743297 | 9.192894 |
| ピーク音圧比 | 0.289804 | 0.086583 | 0.084438 | 0.084438 | 0.090051 | 0.122763 |

図 4.4 テーパー乗数によるピーク音圧比

4.3 減衰係数最大値

続いて、最大値に関する検討を行う。減衰係数最大値を変数とし、層数を 16、テーパ乗数を 4 に固定したときの、減衰係数最大値ごとの受音点での音圧時間応答の結果を図 4.5 に示す。

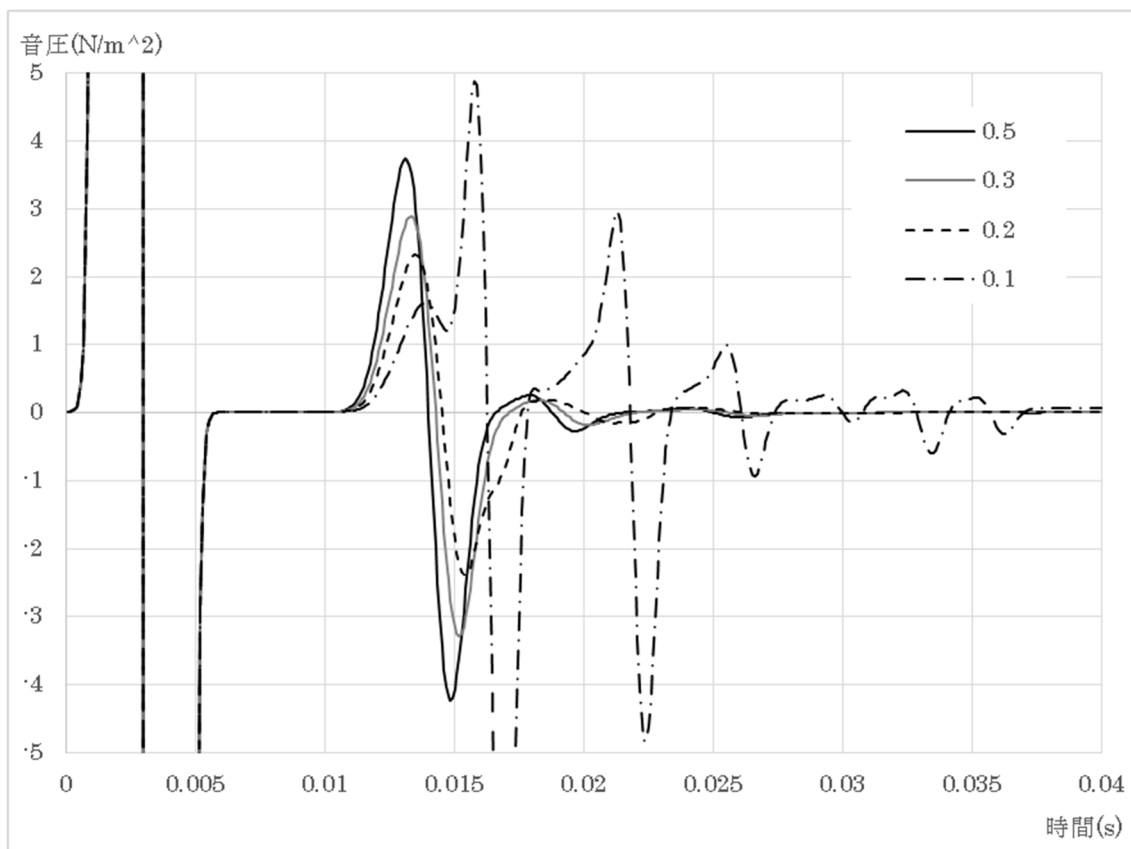


図 4.5 減衰係数最大値ごとの受音点での音圧時間応答

続いて、16、32、64 層の減衰係数最大値によるピーク音圧比の推移を図 4.6、その値を図 4.7 に示す。この図からわかるように、減衰係数最大値は層数によってピーク音圧比の最小値が異なるので、層数ごとに個別で計算することが必要である。

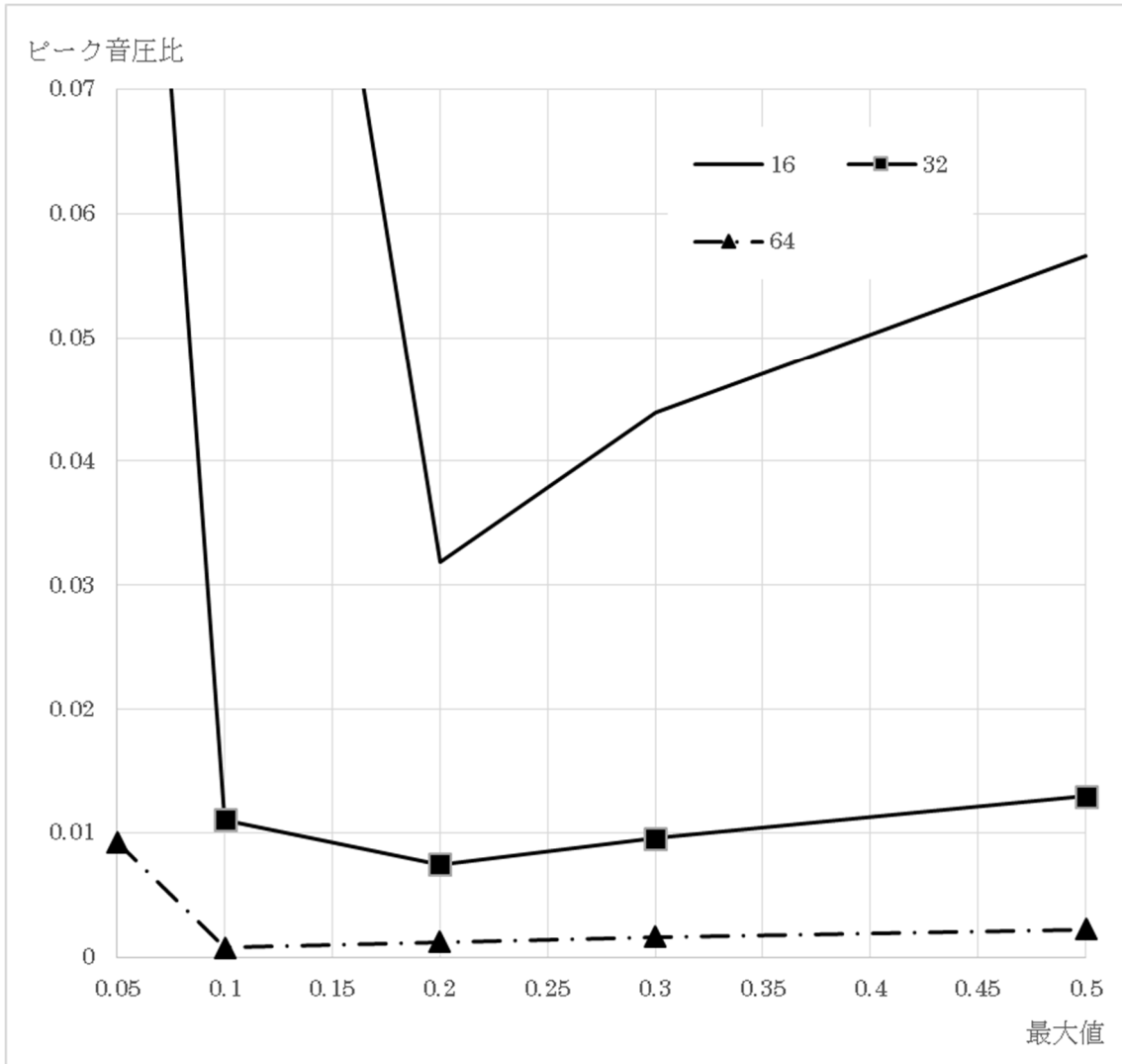


図 4.6 減衰係数最大値によるピーク音圧比の推移のグラフ

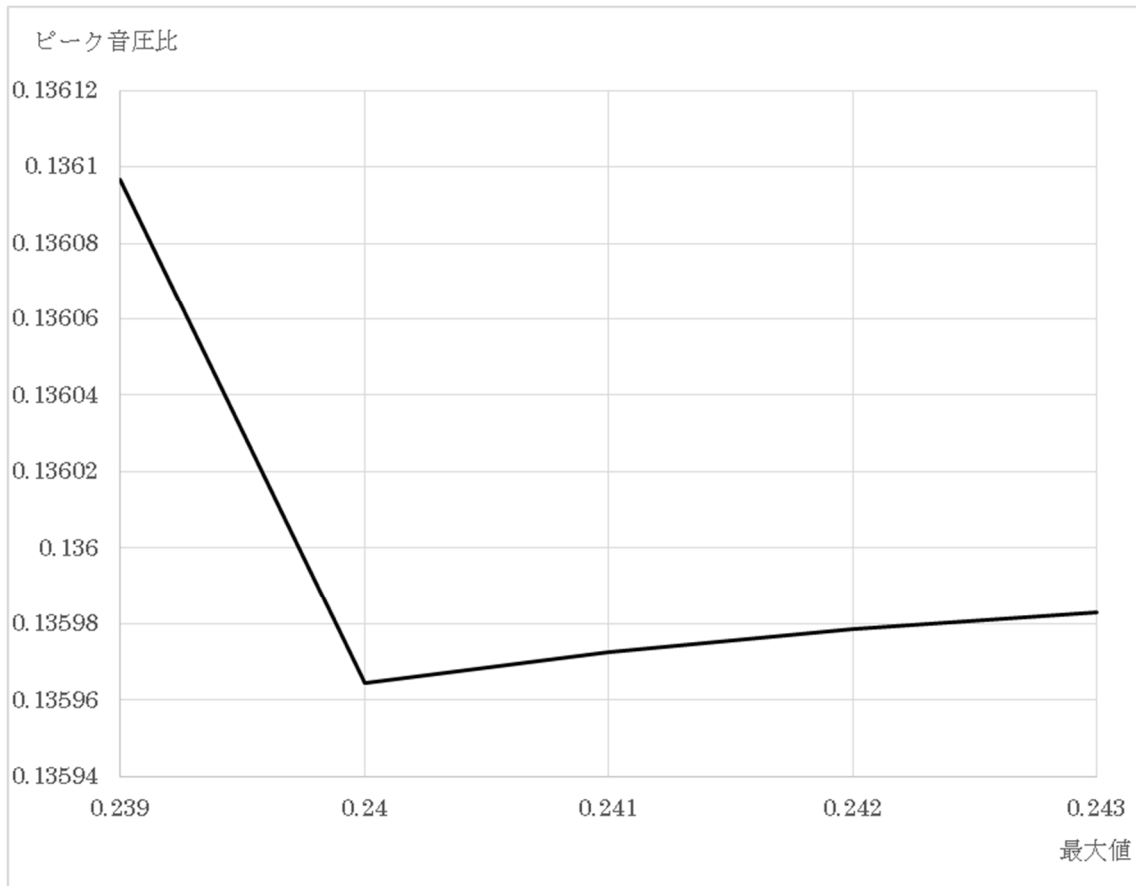
| | | | | | |
|-----------|--|----------|----------|----------|----------|
| 層数 | | 16 | 16 | 16 | 16 |
| テーパー乗数 | | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 減衰係数最大値 | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.5 |
| 直接波の音圧最大値 | | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 |
| 反射波の音圧最大値 | | 10.45017 | 2.39029 | 3.292598 | 4.240073 |
| ピーク音圧比 | | 0.139553 | 0.03192 | 0.04397 | 0.056623 |

| | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 層数 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 |
| テーパー乗数 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 減衰係数最大値 | 0.05 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.5 |
| 直接波の音圧最大値 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 |
| 反射波の音圧最大値 | 9.759327 | 0.825761 | 0.559532 | 0.715375 | 0.968058 |
| ピーク音圧比 | 0.130328 | 0.011027 | 0.007472 | 0.009553 | 0.012928 |

| | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 層数 | 64 | 64 | 64 | 64 | 64 |
| テーパー乗数 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 減衰係数最大値 | 0.05 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.5 |
| 直接波の音圧最大値 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 |
| 反射波の音圧最大値 | 0.692172 | 0.057894 | 0.092909 | 0.122039 | 0.171384 |
| ピーク音圧比 | 0.009243 | 0.000773 | 0.001241 | 0.00163 | 0.002289 |

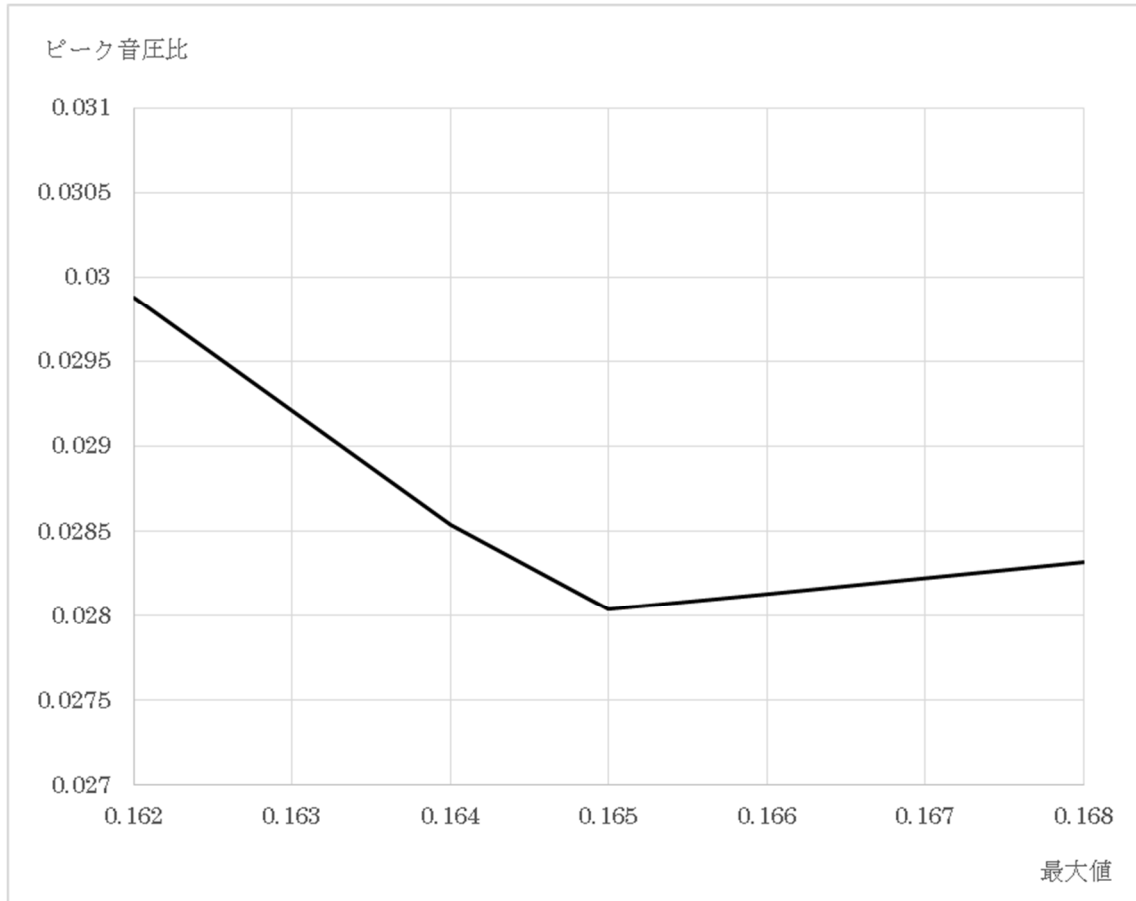
図 4.7 減衰係数最大値によるピーク音圧比の推移の値

次に、72層までの8の倍数の層数別に、最大値を変数としたピーク音圧比の推移を図4.8～4.16に示す。なお、減衰係数最大値の精度が小数点3桁のものを示す。図4.8～4.16から、最適な減衰係数最大値は、層数が増えるにつれて小さくなるのがわかる。



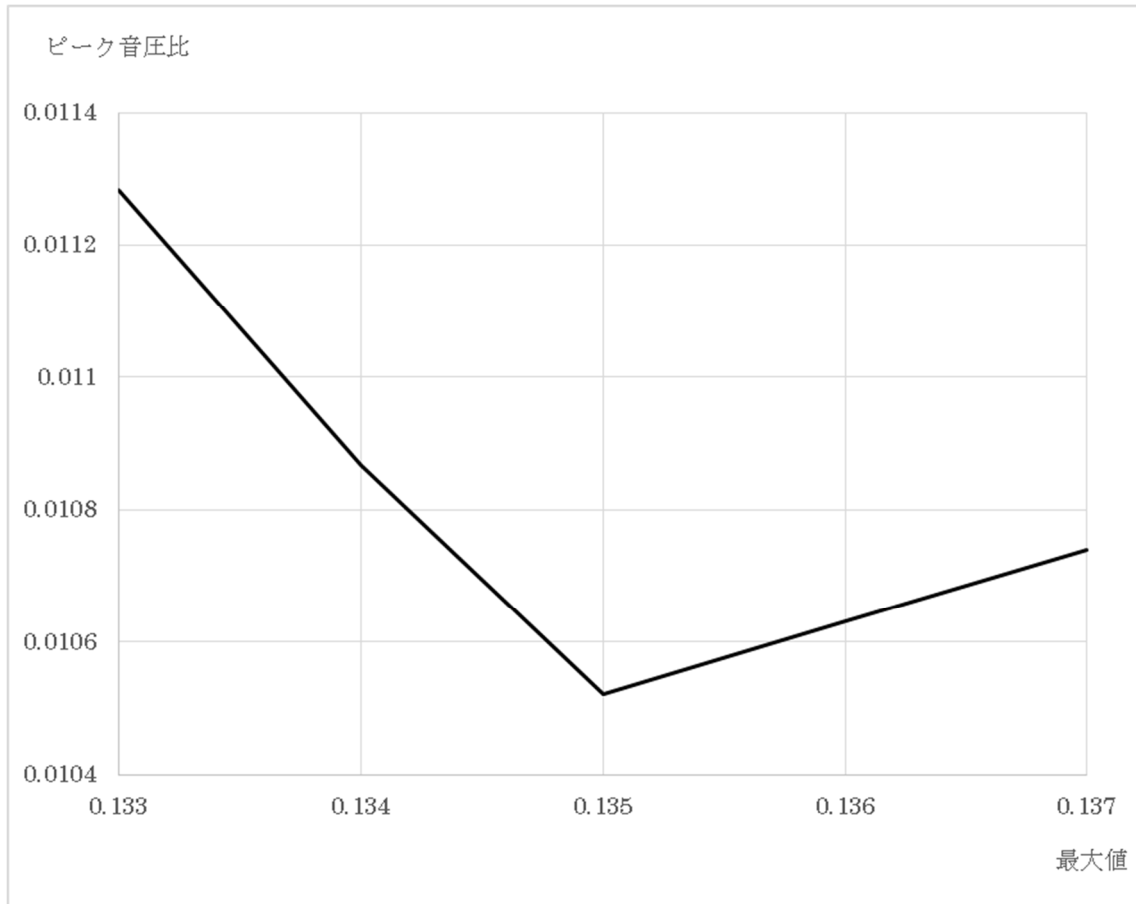
| | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 層数 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| テーパ乗数 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 減衰係数最大値 | 0.239 | 0.24 | 0.241 | 0.242 | 0.243 |
| 直接波の音圧最大値 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 |
| 反射波の音圧最大値 | 10.19131 | 10.18143 | 10.18203 | 10.18249 | 10.18282 |
| ピーク音圧比 | 0.136097 | 0.135965 | 0.135973 | 0.135979 | 0.135983 |

図 4.8 8層の場合



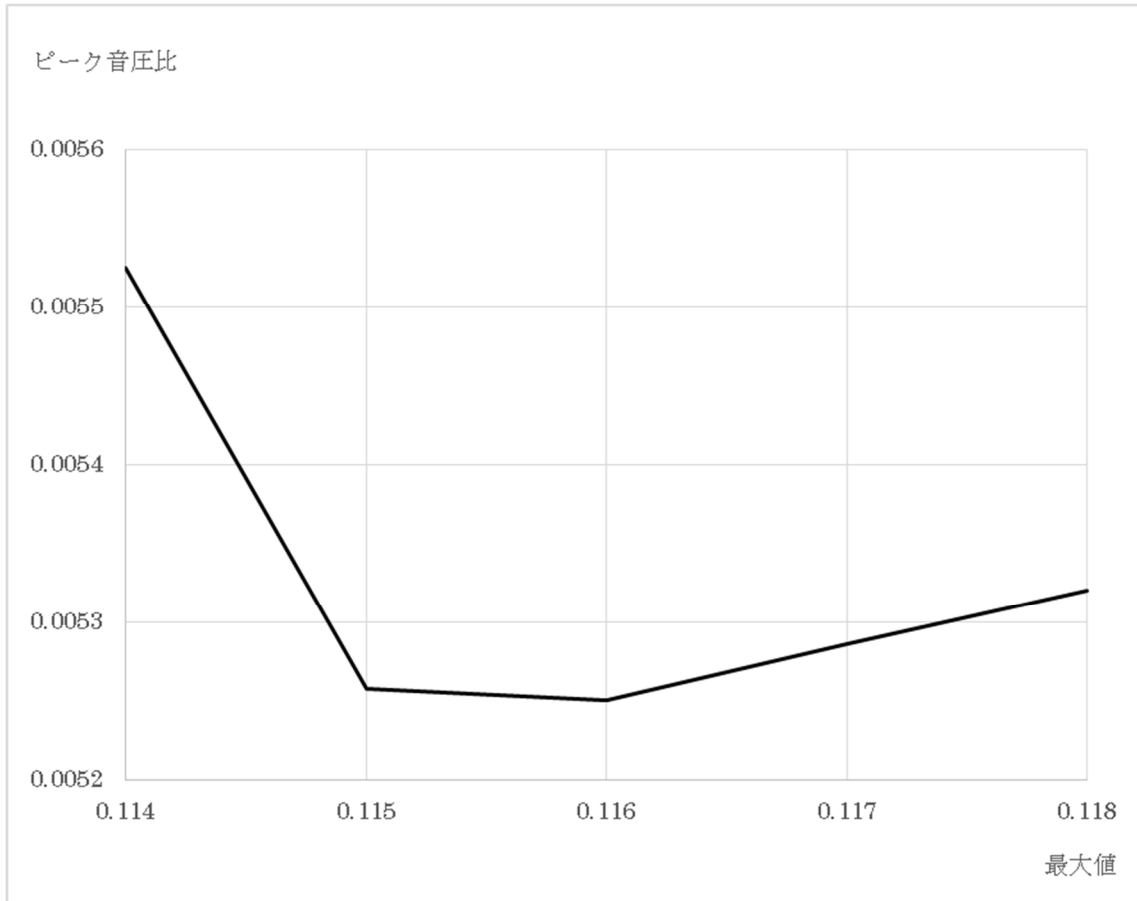
| | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| 層数 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 |
| テーパ乗数 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 減衰係数最大値 | 0.162 | 0.164 | 0.165 | 0.166 | 0.168 |
| 直接波の音圧最大値 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.2975 |
| 反射波の音圧最大値 | 2.237327 | 2.137187 | 2.099839 | 2.106766 | 2.1204674 |
| ピーク音圧比 | 0.029878 | 0.02854 | 0.028042 | 0.028134 | 0.0283171 |

図 4.9 16 層の場合



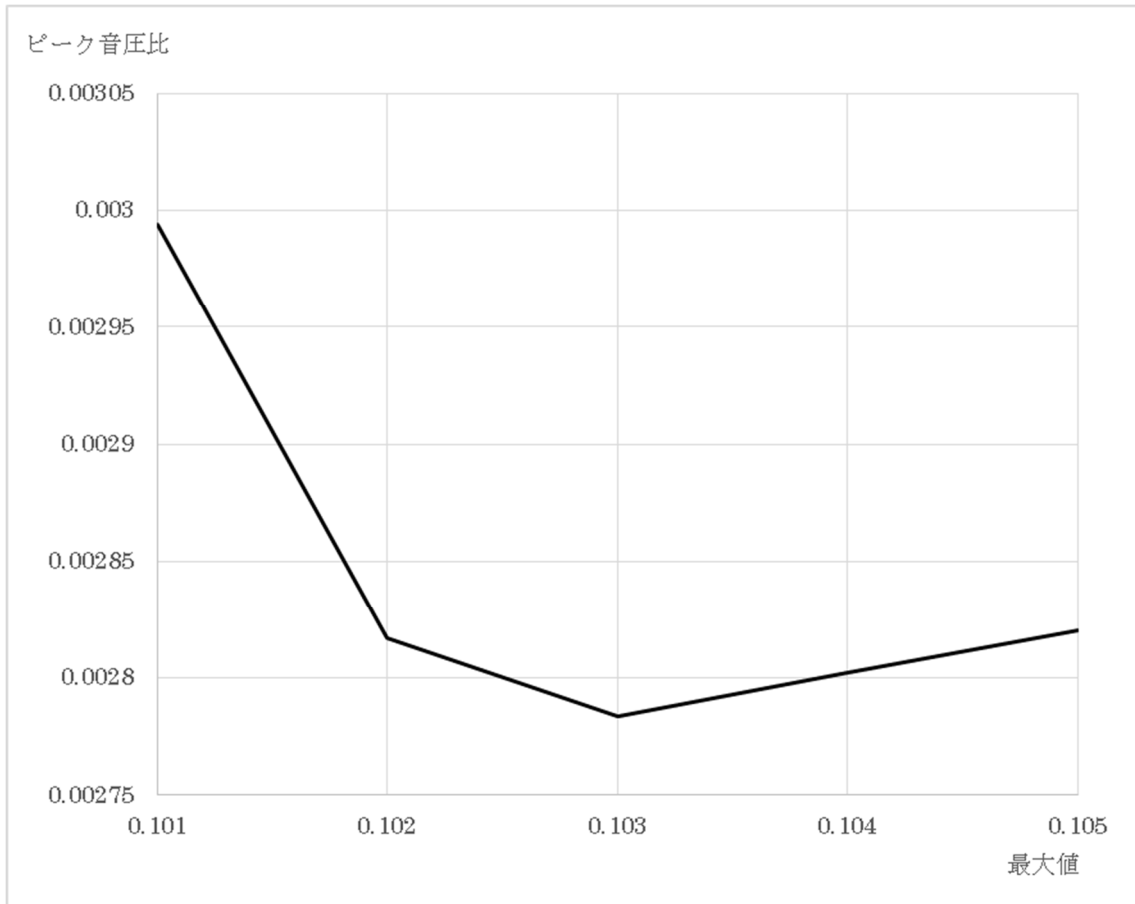
| | | | | | |
|-----------|-----------|----------|----------|----------|----------|
| 層数 | 24 | 24 | 24 | 24 | 24 |
| テーパ乗数 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 減衰係数最大値 | 0.133 | 0.134 | 0.135 | 0.136 | 0.137 |
| 直接波の音圧最大値 | 7488.2975 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 |
| 反射波の音圧最大値 | 0.8449678 | 0.813834 | 0.787862 | 0.796155 | 0.804272 |
| ピーク音圧比 | 0.0112838 | 0.010868 | 0.010521 | 0.010632 | 0.01074 |

図 4.10 24 層の場合



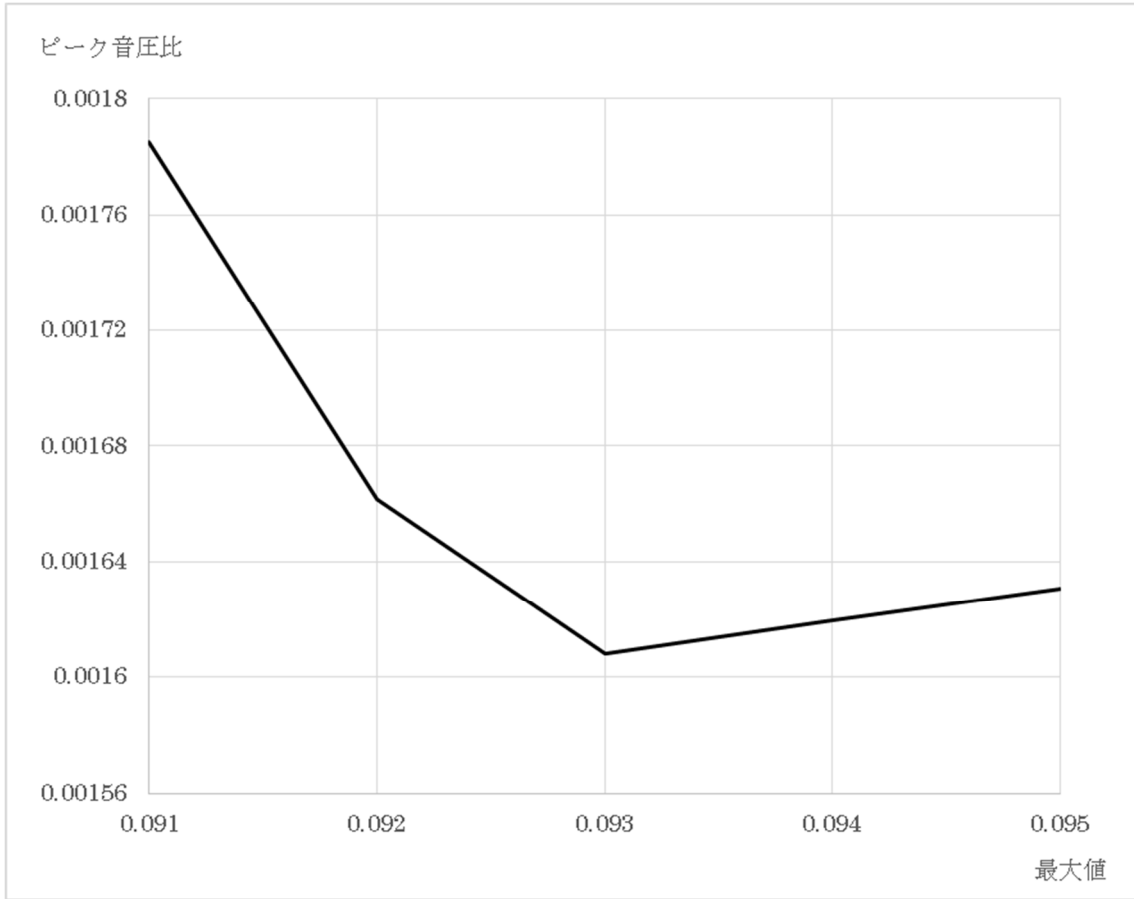
| | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 層数 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 |
| テーパ乗数 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 減衰係数最大値 | 0.114 | 0.115 | 0.116 | 0.117 | 0.118 |
| 直接波の音圧最大値 | 7488.2975 | 7488.2975 | 7488.2975 | 7488.2975 | 7488.2975 |
| 反射波の音圧最大値 | 0.4137397 | 0.393713 | 0.3931463 | 0.395813 | 0.3984031 |
| ピーク音圧比 | 0.0055252 | 0.0052577 | 0.0052501 | 0.0052858 | 0.0053203 |

図 4.11 32層の場合



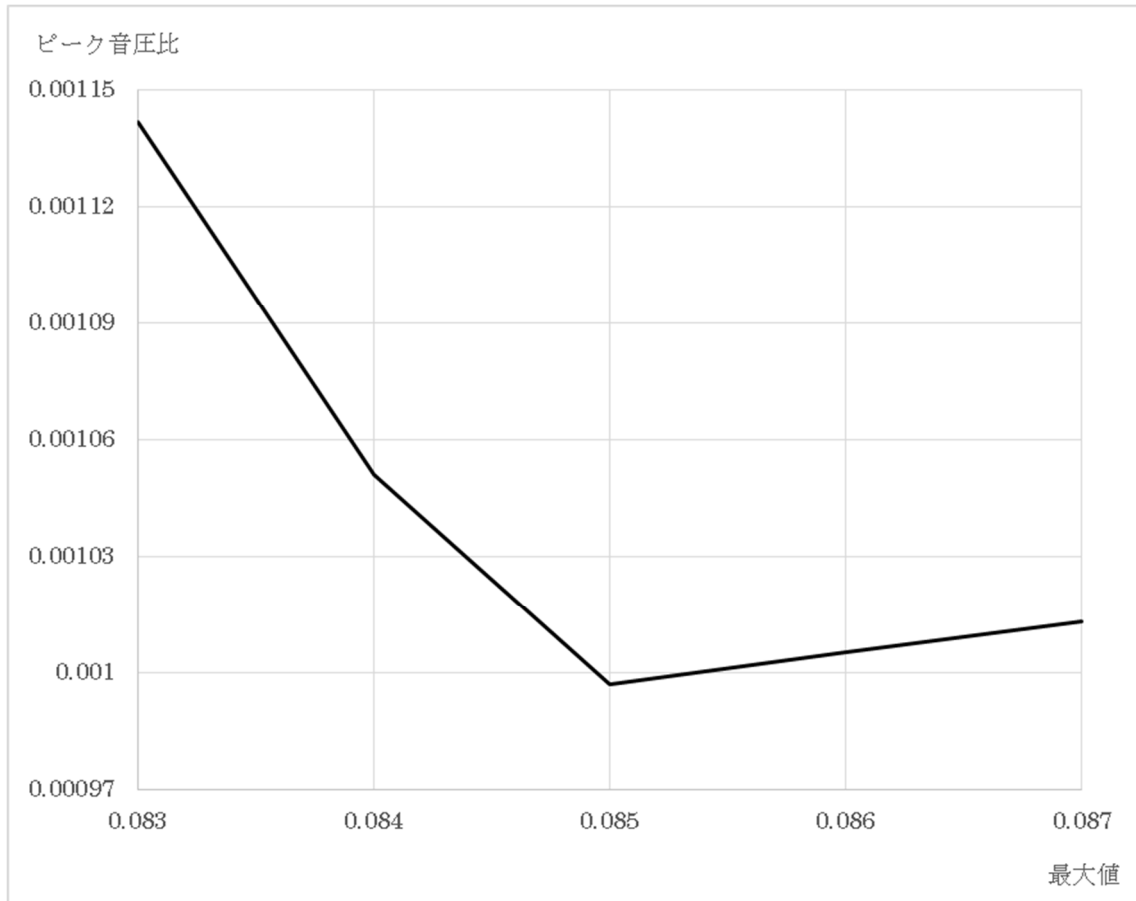
| | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 層数 | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| テーパ乗数 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 減衰係数最大値 | 0.101 | 0.102 | 0.103 | 0.104 | 0.105 |
| 直接波の音圧最大値 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 |
| 反射波の音圧最大値 | 0.224186 | 0.210934 | 0.208431 | 0.209844 | 0.211211 |
| ピーク音圧比 | 0.002994 | 0.002817 | 0.002783 | 0.002802 | 0.002821 |

図 4.12 40 層の場合



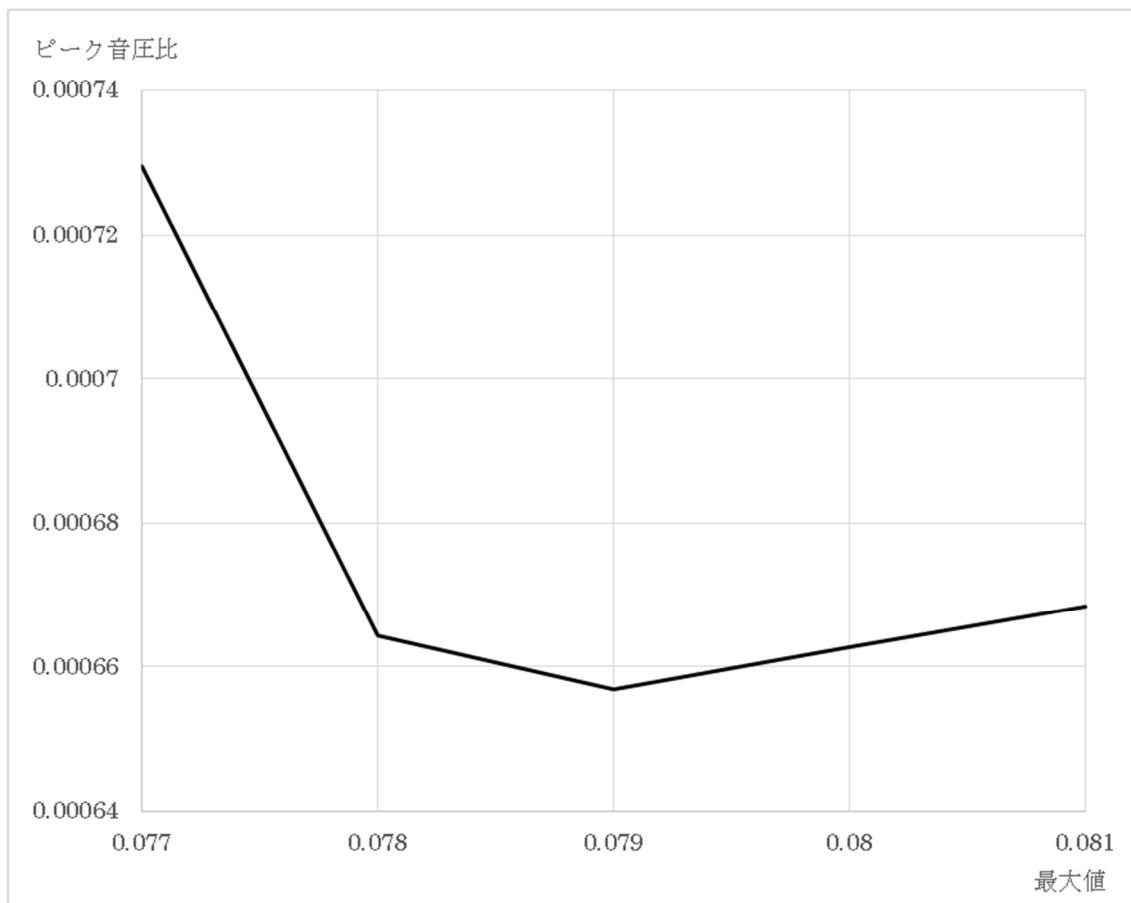
| | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 層数 | 48 | 48 | 48 | 48 | 48 |
| テーパ乗数 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 減衰係数最大値 | 0.091 | 0.092 | 0.093 | 0.094 | 0.095 |
| 直接波の音圧最大値 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 |
| 反射波の音圧最大値 | 0.133685 | 0.124412 | 0.120413 | 0.121273 | 0.1221 |
| ピーク音圧比 | 0.001785 | 0.001661 | 0.001608 | 0.00162 | 0.001631 |

図 4.13 48 層の場合



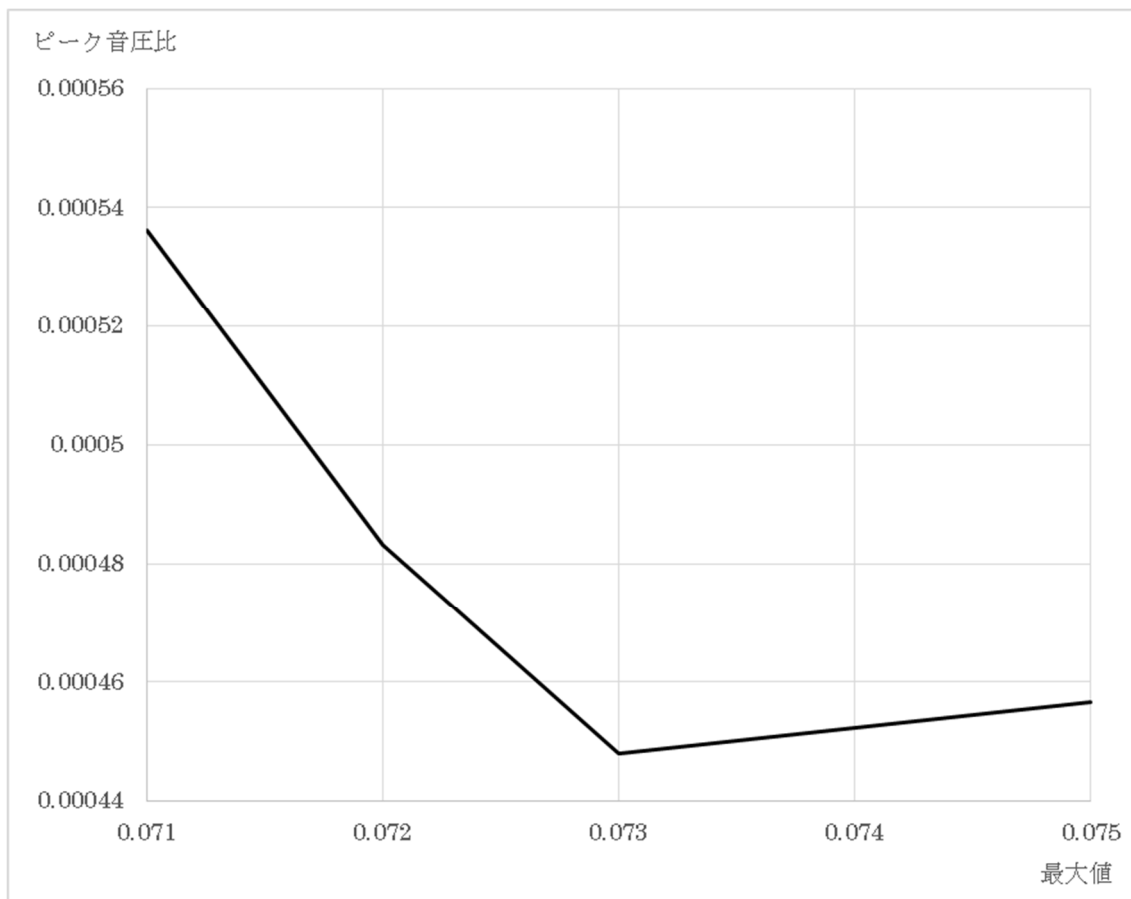
| | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 層数 | 56 | 56 | 56 | 56 | 56 |
| テーパ乗数 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 減衰係数最大値 | 0.083 | 0.084 | 0.085 | 0.086 | 0.087 |
| 直接波の音圧最大値 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 |
| 反射波の音圧最大値 | 0.085487 | 0.078699 | 0.074664 | 0.075282 | 0.075876 |
| ピーク音圧比 | 0.001142 | 0.001051 | 0.000997 | 0.001005 | 0.001013 |

図 4.14 56層の場合



| | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 層数 | 64 | 64 | 64 | 64 | 64 |
| テーパ乗数 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 減衰係数最大値 | 0.077 | 0.078 | 0.079 | 0.08 | 0.081 |
| 直接波の音圧最大値 | 7488.2975 | 7488.2975 | 7488.2975 | 7488.2975 | 7488.2975 |
| 反射波の音圧最大値 | 0.0546285 | 0.0497517 | 0.0491921 | 0.0496337 | 0.0500562 |
| ピーク音圧比 | 0.0007295 | 0.0006644 | 0.0006569 | 0.0006628 | 0.0006685 |

図 4.15 64 層の場合



| | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 層数 | 72 | 72 | 72 | 72 | 72 |
| テーパ乗数 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 減衰係数最大値 | 0.071 | 0.072 | 0.073 | 0.074 | 0.075 |
| 直接波の音圧最大値 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 | 7488.297 |
| 反射波の音圧最大値 | 0.040157 | 0.036176 | 0.033551 | 0.033871 | 0.034193 |
| ピーク音圧比 | 0.000536 | 0.000483 | 0.000448 | 0.000452 | 0.000457 |

図 4.16 72 層の場合

5. 一般化

図 4.8～4.16 により層数ごとの最適な減衰係数最大値が求めたので、層数と最適な減衰係数最大値の関係図を図 5.1 に示す。

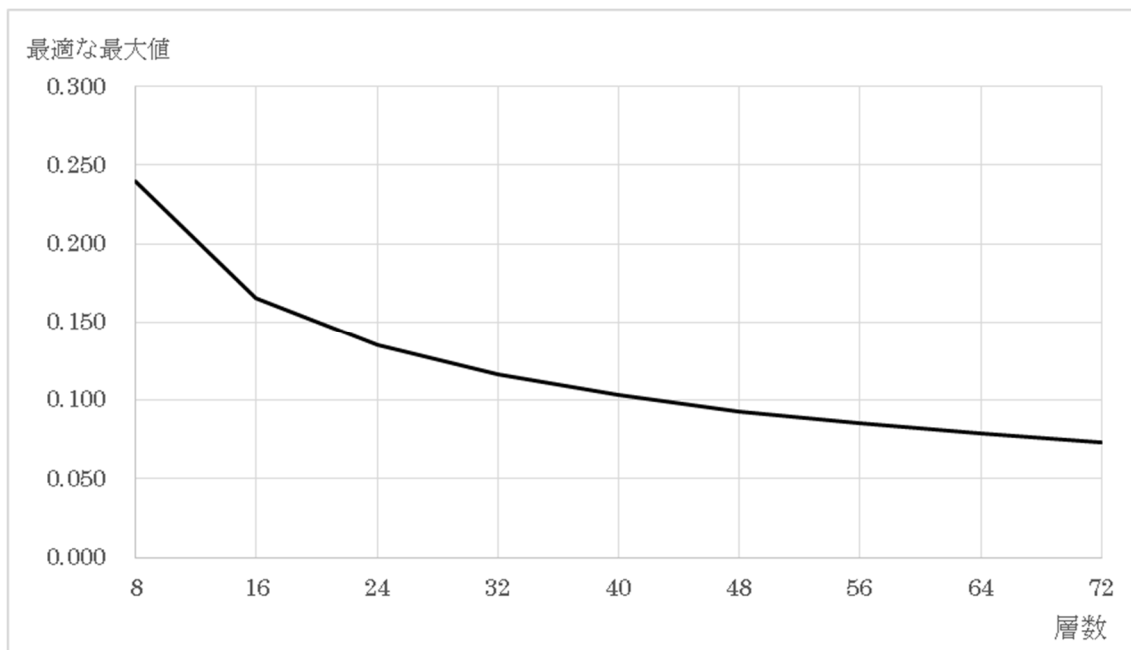


図 5.1 層数と最適な減衰係数最大値の関係図

この図から、層数と最適な減衰係数最大値には一定の関係性があると考えられる。そこで、図 5.1 に近似曲線を点線で追加したものを図 5.2 に示す。

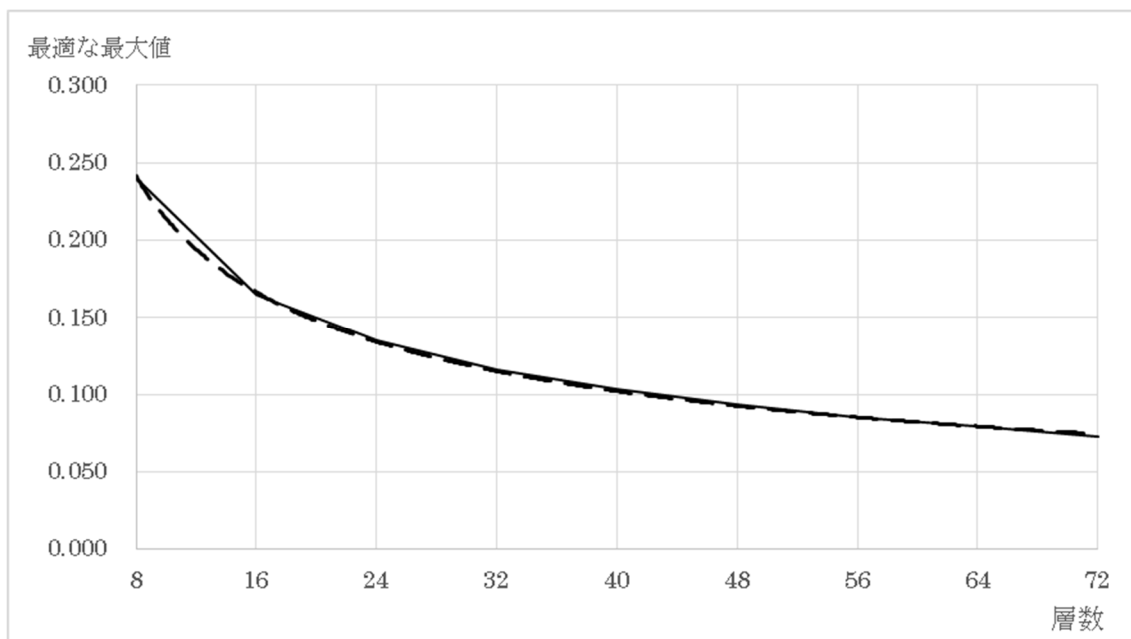


図 5.2 図 5.1 の近似曲線

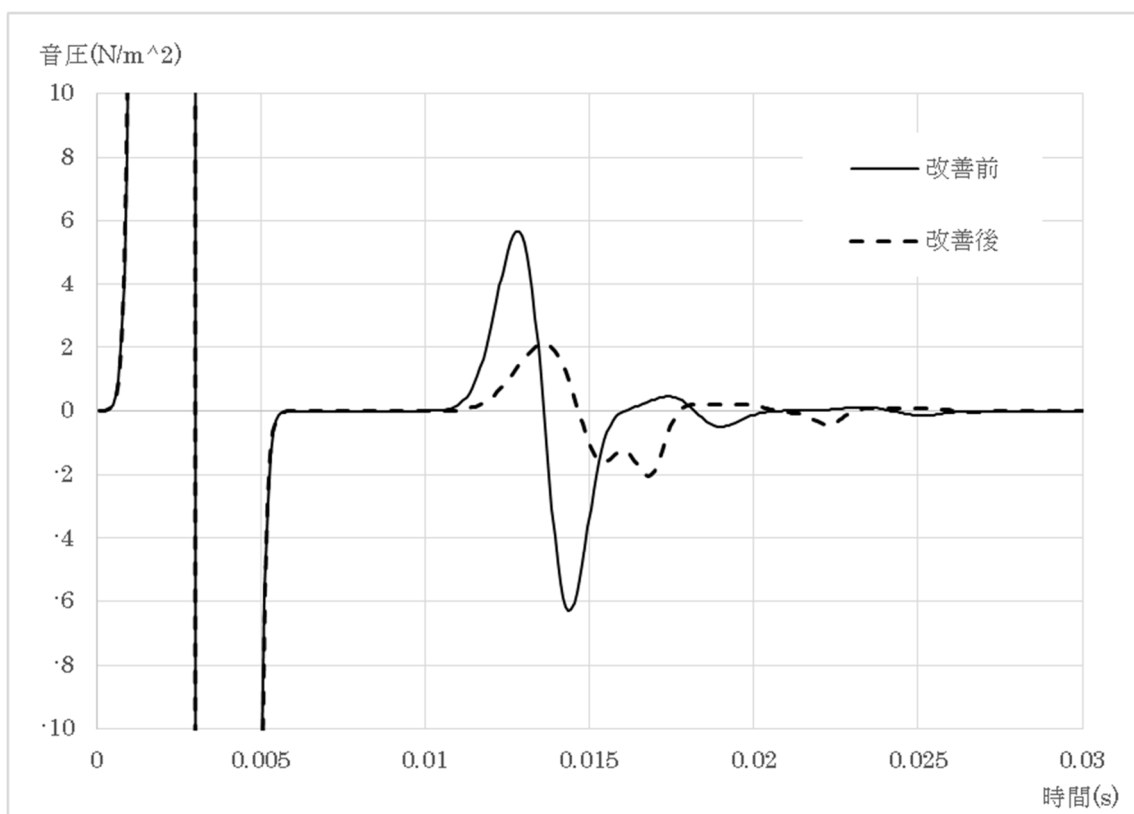
この近似曲線の決定定数は 0.9993 であり、実用性の高いものとなっている。最適な最大値を y とし、層数を x とすれば、この近似曲線の式は次式で表される。

$$y = 0.7356x^{-0.536} \quad (5.1)$$

この式により、どのような層数でも最適な減衰係数最大値を求めることが可能である。

6. まとめ

PMLの要素である層数、テーパ乗数、減衰係数最大値は次のように決定する。層数は多いほどより性能の良いPMLになるが、層数が増えるにつれて計算量が増すのでコストに適した値を設定すればよい。テーパ乗数は4が最適値である。減衰係数最大値は、設定した層数に対して式(5.1)を用いて最適値を算出する。改善前と改善後の音圧測定値を図6.1に示す。これにより、改善前のピーク音圧比より改善後のピーク音圧比のほうが小さい値になり、より性能の良いPMLを作成することが可能となった。



| | 改善前 | 改善後 |
|-----------|----------|----------|
| 層数 | 16 | 16 |
| テーパ乗数 | 4 | 4 |
| 減衰係数最大値 | 1.2 | 0.166 |
| 直接波の音圧最大値 | 7488.297 | 7488.297 |
| 反射波の音圧最大値 | 6.322946 | 2.106766 |
| ピーク音圧比 | 0.084438 | 0.028134 |

図 6.1 改善前と改善後の音圧測定値

7. 参考文献

- [1] 日本建築学会、「音環境の数値シミュレーション-波動音響解析の技法と応用-」、日本建築学会、東京都、2011
- [2] 豊田政弘、「FDTD 法で見る音の世界」、コロナ社、東京都、2015